

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO  
Primo Appello, 12 Giugno 2013

Cognome Nome:

N. Matricola:

Corso: A B

**Esercizio 1.** (6 punti)

Si consideri un array  $S$  di  $n$  chiavi intere.

- Si dia il codice di un algoritmo che con un'unica scansione di  $S$  conti il numero  $r$  di chiavi distinte in  $S$ . Usare un dizionario  $D$  inizialmente vuoto (non interessa l'implementazione di  $D$ ).
- Facendo l'assunzione che  $D$  sia implementato come un array ordinato, si analizzi la complessità in funzione di  $n$  e del numero  $r$  di chiavi distinte.

**Esercizio 2.** (8 punti) Si consideri un array  $A$  di  $n$  chiavi.

- Si dia il codice di un algoritmo Divide et Impera per la ricerca di una chiave  $k$ , ove la ripartizione in due sotto-array avvenga tramite la selezione casuale di una posizione dell'array.
- Si analizzi la complessità al caso pessimo e al caso medio.

(suggerimento: per l'analisi al caso medio si ricorra ad argomenti simili a quelli usati per valutare la versione randomizzata di QuickSort).

**Esercizio 3.** (8 punti) È dato un grafo  $G = (V, E)$  memorizzato con liste di adiacenza e un suo vertice  $s$ . Nell'ipotesi che  $G$  sia non orientato, connesso e privo di cicli, cioè un albero, si scriva il codice di un algoritmo che lo trasformi in un albero binario (immagine binarizzata dell'albero  $G$ ) di radice  $s$ .

**Esercizio 4.** (8 punti) Il problema chiamato SET COVER è il seguente: data una famiglia  $F = F_1, \dots, F_p$  di sottoinsiemi di un insieme  $S$ , e dato un intero  $k$ , stabilire se esiste una sottofamiglia  $F' \subseteq F$  composta da al più  $k$  sottoinsiemi che copra tutti gli elementi di  $S$ , tale cioè che  $\bigcup_{T \in F'} T = S$ . Ad esempio, l'istanza  $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $k = 2$  e  $F = \{\{1, 2, 3\}, \{2, 4\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}\}$  del problema SET COVER è accettabile, in quanto la sottofamiglia  $F'$  composta dai due sottoinsiemi  $\{1, 2, 3\}$  e  $\{4, 5\}$  copre tutto  $S$ . Dimostrare che il SET COVER  $\in NP$ , cioè fornire un algoritmo di verifica polinomiale (certificato).