

Tabelle hash

- array di dimensione m
in primo oppure 2^r

- $h: U \rightarrow [0, \dots, m-1]$

- legge di scansione per la risoluzione delle collisioni

$$k_i \text{ e } k_j \quad h(k_i) = h(k_j) \quad \text{collisione}$$

Insieme dinamico

$$x = (\text{key}, \text{info})$$

ricerca
inserzione
cancellazione

Disinverio

OPEN HASH

di memorizzare tutte le chiavi in T

$$0 \leq i \leq m-1 : h(k, i) = (h(k, 0) + qi) \% m$$

q e m sono
primi tra loro

$h(k, 0) = h(k)$ indirizzo base

scansione lineare $q = 1$

una legge di scansione deve colpire tutte le posizioni della
tabella

$$m = 11$$

indirizzo hash: $h(k) = k \% m$

$$\begin{cases} h(k, i) = (h(k, 0) + i) \% m \\ \underline{h(k, i)} = (h(k, i-1) + 1) \% m \end{cases} \quad q = 1$$

T

0	22	.
1	86	.
2		
3		
4	4	*
5	15	..
6	28	..
7	17	.
8	60	..
9	31	.
10	43	.

43, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 86, 60

$$h(43, 0) = h(43) = 10$$

$$h(22) = 0$$

$$h(31) = 9$$

$$h(4) = 4$$

$$h(15) = 4$$

$$h(28) = 6$$

$$h(17) = 6$$

$$h(60) = 5$$

$$h(k, 1) = h(k, 0) + 1 = 5$$

,

$$h(17, 1) = 6 + 1 = 7$$

$$h(86, 3) = 0 + 1 = 1$$

$$\alpha = \frac{m}{m} = \frac{9}{11}$$

$$h(86) = 9$$

$$h(86, 1) = 9 + 1 = 10$$

$$h(86, 2) = 10 + 1 = 11 \% 11 = 0$$

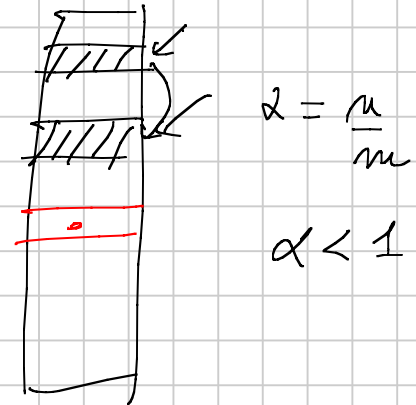
Ritornare tabella
 $\Theta(m)$

UNA TANTUM

$$S = \text{ricerca con successo} \begin{cases} \text{caso pessimo} & O(m) \\ \text{caso medio} & \frac{1 + \alpha/2}{1 - \alpha} \end{cases}$$

$$\bar{S} = \text{ricerca senza successo} : \frac{1}{1 - \alpha} \quad S \leq \bar{S}$$

$$\bar{S} = \underbrace{1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3 \dots}_{\downarrow \text{2 accessi}} \leq \sum_{i=0}^{\infty} \alpha^i = \frac{1}{1 - \alpha}$$



poteri = hashing uniforme

sequenze di scansione sia con uguale probabilità
una delle $m!$ sequenze possibili. **Falso**
scansione lineare produce solo m seq diverse.

$\alpha = \frac{n}{m}$

	α	0.1	0.5	0.75	0.9
lineare	S	1,06	1.5	2.5	5.5
quadratica	S	1.05	1.44	1.99	2.79
doppio hash	S	1.05	1.38	1.83	2.55

S ricerca con successo in media

OPEN HASH problemi per la cancellazione.

- Scansione quadratica
- doppio hash

$h(k, i) = (h(k, 0) + ai + bi^2) \% m$ m primo
non è totale : dopo $\frac{m+1}{2}$ passi \neq ritorno
 sulle stesse locazioni.

ES1: $h(k, i) = \left(h(k, 0) + \frac{1}{2}i + \frac{1}{2}i^2 \right) \% m$ m primo
totale

ES2: $h(k, i) = (h(k, 0) + i^2) \% m$ non è totale $m = 2^r$

→

0	22
1	86
2	
3	
4	4
5	15
6	28
7	17
8	60
9	31
10	43

$m = 11$

$h(k) = k \% 11$

legge scansioni es. 1

43, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 86, 60

$h(15) = 4$

$h(15, 1) = 4 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 5$

$h(28) = 6$

$h(17) = 6$

$h(17, 1) = 6 + \frac{1}{2} \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 1 = 7$

$h(86) = 9$

$h(86, 1) = 9 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 10$

$h(86, 2) = 9 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 4 = 12$

$= 12 \% 11 = 1$

$h(60) = 5 \quad h(60, 1) = 6$

$h(60, 2) = 5 + 3 = 8$

ES: 2

0	22
1	
2	86
3	60
4	4
5	15
6	28
7	17
8	
9	31
10	43

..

nuove chiavi 13

$$h(13) = 2$$

$$h(13, 1) = 3$$

$$h(13, 2) = 6$$

$$h(13, 3) = 2 + 9 = 11 \% 11 = 0$$

NON SI INSERIRE
di più $\frac{m+1}{2}$ prove

$$h(13, 4) = 2 + 16 = 18 \% 11 = 7$$

$$h(13, 5) = 2 + 25 = 27 \% 11 = 5$$

$$h(13, 6) = 2 + 36 = 38 \% 11 = 5$$

$$h(k, i) = (h(k, 0) + i^2) \% m$$

$$43, 22, 31, 4, 15, 28, 17, 86, 60$$

$$h(86, 0) = 9 \quad h(86, 1) = 9 + 1 = 10$$

$$h(86, 2) = 9 + i^2 = 9 + 4 = 13 \% 11 = 2$$

$$h(60) = 5 \quad h(60, 1) = 6$$

$$h(60, 2) = 5 + 4 = 9$$

$$h(60, 3) = 5 + 9 = 14 \% 11 = 3$$

Scansione lineare i : generano m diverse sequenze

Scansione quadratica evita agglomerati primari
 quante seq. diverse di scansione?

doppio hash \rightarrow genera m^2 sequenze diverse di scansione
 2 funzioni hash
 $h'(k)$ prima posizione in tabella
 $h''(k)$ per generare la legge di scansione

$$h(k, i) = (h'(k) + h''(k)i) \% m$$

Doppio hash

ES 1.

 m primo

$$h(k, i) = (h'(k) + h''(k) \cdot i) \% m$$

$$h'(k) = k \% m$$

$$h''(k) = k \% (m-1) + 1$$

$$S = \frac{-\ln(1-\alpha)}{\alpha}$$

ES 2:

 $m = 2^5$ $h'(k) = s$ bit estratti dalla chiave

$$h''(k) = 2^s + 1$$

s formato da $s-1$ bit di k . $h''(k)$ è dispari quindi primo con m

0	22
1	86
2	
3	17
4	4
5	15
6	28
7	60
8	
9	31
10	43

$$h(86, 2) = 9 + 2 \cdot 7 = 23 \% 11 = 1$$

$$h'(15) = 4 \quad h''(15) = 6$$

$$h(15, 1) = 4 + 6 = 10 \quad h(15, 2) = 4 + 2 \cdot 6 = 16 \% 11 = 5$$

$$h'(17) = 6 \quad h''(17) = 7 + 1 = 8$$

$$h(17, 1) = 6 + 8 = 14 \% 11 = 3$$

$$h'(60) = 5 \quad h''(60) = 1$$

$$h(60, 1) = 5 + 1 = 6 \quad h(60, 2) = 5 + 2 = 7$$

$$h'(86) = 9 \quad h''(86) = 6 + 1 = 7$$

$$h(86, 1) = 9 + 7 = 16 \% 11 = 5$$

$$m = 11$$

10, 22, 31, 15, 28, 17, 88, 59

$$h(k) = k \% m$$

1) scansione lineare $q=1$

2) scansione quadratiche $a=1$ e $b=3$

3) doppio hash $h''(k) = k \% (m-1)$