Titolo nota 25/02/2016

Problema

limite inferiore lower bound

operazione : pesata ≥ 3

algoritmo $= 3$

Ordinamento SORTING

in ordine non decrescente

input : $a_1, a_2, \dots, a_n$

output : $a'_1, a'_2, \dots, a'_n$: $a_1 \leq a_2 \leq \dots \leq a_n$

$A = (1 \dots n)$

Titolo nota 25/02/2016

costo	n° volte		INSERTION-SORT (A)
c_1	n	1.	for $j = 2$ to A.length
c_2	$n-1$	2.	Key = A[j]
		3.	// inserisci A[j] nella sequenza A[1..j-1]
c_4	$n-1$	4.	$i = j-1$
c_5	$\sum_{j=2}^{n} t_j$	5.	while $i > 0$ and $A[j] < A[i]$
c_6	$\sum_{j=2}^{n} (t_j - 1)$	6.	$A[i+1] = A[i]$
c_7	$\sum_{j=2}^{n} (t_j - 1)$	7.	$i = i - 1$
c_8	$n-1$	8.	$A[i+1] = Key$

A array di n elementi

1 5 2 4 6 1 3 Key = 2

2 ~~5~~ 5 4 6 1 3

2 5 4 6 1 3 Key = 4

2 4 5 6 1 3

2 4 5 6 1 3

1 2 4 5 6 3

1 2 3 4 5 6

t_j il numero di volte che viene ripetuto il test nell'istruzione 5

caso ottimo: sequenza ordinata

caso pessimo: sequenza decrescente

Analisi

correttezza

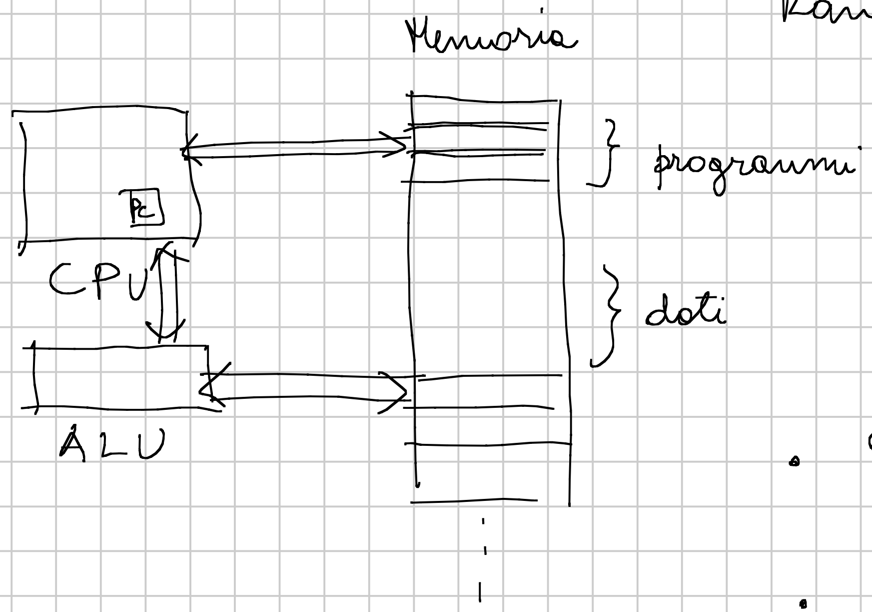
complessità — valutare il n° di operazioni in funzione della dimensione dei dati.

<u>tempo</u> — n = dimensione dei dati

<u>spazio</u> — spazio aggiuntivo ai dati di input

Titolo nota 25/02/2016

Von Neumann



- operazioni di confronto
  $=, \neq, >, <$
- salti di programma

RAM
Random Access Machine

ALU
Arithmetic Logic Unit

- operazioni aritmetiche — tempo costante
  $+, -, *, /$
- operazioni logiche — "
  AND, OR, NOT, XOR ...
- lettura e scrittura da e verso la memoria — tempo costante

Titolo nota 25/02/2016

caso migliore : $t_j = 1 \quad \forall j$

$$T(n) = c_1 n + c_2(n-1) + c_4(n-1) + c_5 \underbrace{\cancel{\sum_{j=2}^{n} 1}}_{(n-1)} + c_8(n-1)$$

$$= \underbrace{(c_1 + c_2 + c_4 + c_5 + c_8)}_{A} n - \underbrace{(c_2 + c_4 + c_5 + c_8)}_{B}$$

$$= A n - B$$

caso pessimo $t_j = j \quad \forall j$

$$T(n) = c_1 n + c_2 (n-1) + c_4 (n-1) + c_5 \underbrace{\sum_{j=2}^{n} j} + c_6 \underbrace{\sum_{j=2}^{n} (j-1)} + c_7 \underbrace{\sum_{j=2}^{n} (j-1)} + c_8 (n-1)$$

$$c_5 \frac{(n+1)(n)}{2} - 1 \qquad c_6 \frac{n(n-1)}{2} \qquad c_7 \frac{n(n-1)}{2}$$

Titolo nota 25/02/2016

1 2 3 . - - - - . 98 99 100

101 101 101

$$\sum_{i=1}^{n} i = \frac{(n+1)n}{2}$$

$$T(n) = \left(\frac{c_5}{2} + \frac{c_6}{2} + \frac{c_7}{2}\right)n^2 + \left(c_1 + c_2 + c_4 + \frac{c_5}{2} + \frac{c_6}{2} + \frac{c_7}{2} + c_8\right)n - (c_2 + c_4 + c_5 + c_8)$$

$$= Xn^2 + Yn - Z = \Theta(n^2)$$

Titolo nota 25/02/2016

Correttezza

invariante = proprietà importante dell'alg. che rimane valida

ovvio — all'inizio inizializzazione

vero vero — prima e dopo ogni iterazione conservazione

$j = n+1$ $A[1..n]$ — alla fine: aiuta a dimostrare che il risultato è quello che si voleva terminazione

$\forall$ iteraz. j: $A[1..j-1]$ contiene el. ordinati che sono gli stessi originariamente in quelle posizioni

Titolo nota 25/02/2016

SELECTION_SORT

| 0 | 1 | 0 |

$\underbrace{\qquad\qquad}$ min.

contare il n° confronti o di (tutte le operazioni)

correttezza $\Rightarrow$ invariante