

# LCS

		Ø	M	A	T	E	M	A	T	I	C	A
Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø	Ø
L	A	Ø	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1
	M	Ø	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2
	I	Ø	1	1	1	1	2	2	2	3	3	3
	C	Ø	1	1	1	1	2	2	2	3	4	4
	A	Ø	1	2	2	2	2	3	3	3	4	5

		C	A
1			k

$$L[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{se } i=0 \text{ oppure } j=0 \\ L[i-1,j-1]+1 & \text{se } a_i = b_j \\ \max(L[i-1,j], L[i,j-1]) & \end{cases}$$

$\Theta(n \cdot m)$  tempo

$\Theta(n \cdot m)$  spazio  $\Theta(n)$  se vogliamo solo LCS

Per ricostruire la sequenza: percorso e ritroso. La sequenza di output in W.

W = new array di dim  $L(m, n)$ ;  
 $i = m$ ;  $j = n$ ;  $k = L[m, n]$ ;  
while ( $i > 0$  &&  $j > 0$ ) {

if ( $a[i] == b[j]$ ) {  
      $w[k] = a[i]$ ;

$w[k] = a[i];$

$k--;$

$i--;$

$j--;$

} else if  $(L[i, j] = L[i-1, j])$ .  $i--;$   
else  $j--;$

} print(w);

## EDIT DISTANCE

$X = x_1, \dots, x_m$

$Y = y_1, \dots, y_n$

$m \approx n$

## ALLINEAMENTO OTTIMO

È QUELLO A DISTANZA MINIMA  
CHE TOTALIZZA IL MINOR NUMERO  
DI ERRORI

- 1) Carattere errato; **MISMATCH** 1
- 2) Carattere in più in X; **INSERZ.** 1
- 3) " in più in Y; **CANCELL-** 1

X: ALBERO

Y: LABBRO

$m = n = 6$

## ALLINEAMENTI OTTIMI;

ALBERO

A L B E R O  
 L A B B R O  
 ---  
 x x = x = =  
 1 1 1

DISTANZA = 3

X: W A L B E R O  
 Y: L A B B L R O  
 ---  
 x = x = x = =

DISTANZA = 3

A L U B E R O  
 W L A B B R O  
 ---  
 x = x = x = =

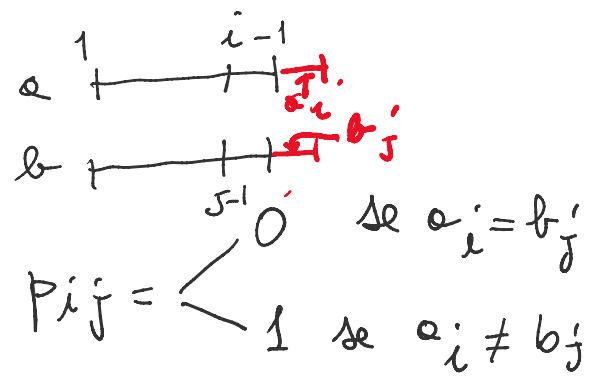
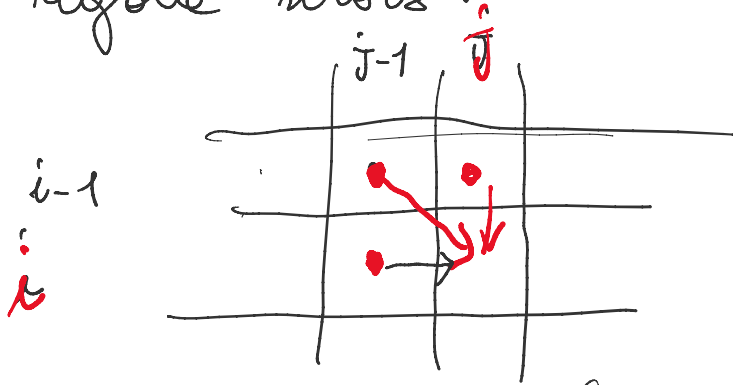
DISTANZA = 3

Principio di ottimalità - Da dimostrare

1)  $E(i, j)$  allineamento ottimo  
 di  $x_1 \dots x_i$  e  $y_1 \dots y_j$

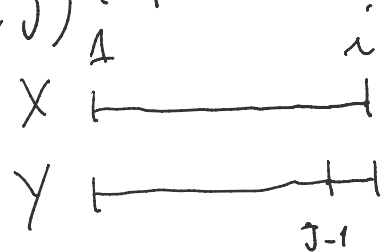
2)  $E(m, m)$  sequenze degeneri  
 $x_1 \dots x_m$  e  $y_1 \dots y_m$   
 $E(0, 0) = \emptyset$   $E(i, 0) = i$   $E(0, j) = j$

3) regole ricorsive



$$E(i, j) = \min \begin{cases} E(i-1, j-1) + P_{ij}; \\ E(i, j-1) + 1; \\ E(i-1, j) + 1 \end{cases}$$

4) Tabella E di dimensione  $(m+1) \times (n+1)$



~~L L~~  
~~A L~~

	$\phi$	L	A	B	B	R	O
$\phi$	0	1	2	3	4	5	6
A	1	1	1	2	3	4	5
L	2	1	2	2	3	4	5
B	3	2	2	2	2	3	4
E	4	3	3	3	3	3	4
R	5	4	4	4	4	3	4
O	6	5	5	5	5	4	3

$P_{11} = 1$  A L

ALBERO  
LABBRO = 3

L A B B E R O  
L A B B U R O = 3

DISTANZA MINIMA = 3

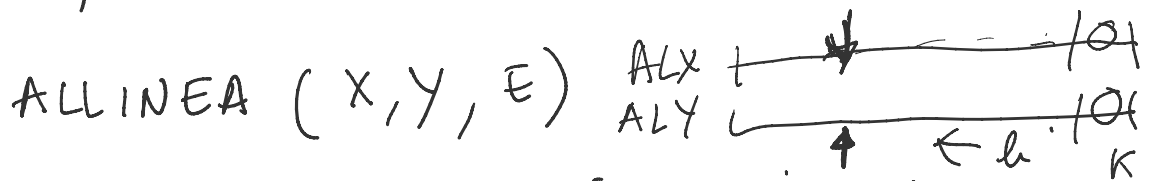
$\Theta(m \cdot m)$  tempo

$\Theta(m)$  spazio per la distanza

$\Theta(mn)$  spazio per ricostruire la sol;  
**Algoritmo che ricostruisce la soluzione**  
**sceglie una delle vie possibili**

$$k = n + m - 1$$

ALX : ALWBERO } output  
 ALY : -LABBRO }



$$k = n + m - 1; h = k; i = n; j = m;$$

**match**  $\&\& (E[i, j] == E[i-1, j-1] \&\& X[i] == Y[j])$   
**mismatch**  $(E[i, j] == E[i-1, j-1] + 1 \&\& X[i] != Y[j])$

{ ALX[h] = X[i]; ALY[h] = Y[j];  
 i = i - 1; j = j - 1;  
 }

else  $\text{if } (j > 0) \&\& (E[i, j] == E[i, j-1] + 1)$   
 { ALX[h] = -; ALY[h] = Y[j];  
 j = j - 1; }

else  $\text{if } (i > 0)$   
 { ALX[h] = X[i]; ALY[h] = -;  
 i = i - 1;  
 }

```
    h = h - 1;  
    }  
    return h;
```

