

Alberi binari

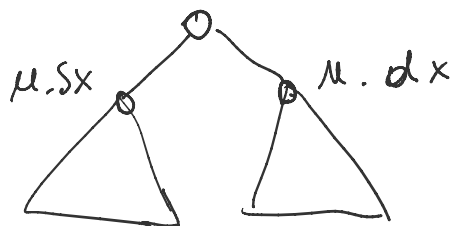
algoritmi basati su Det I

Dimensione	}	se Ricom/Dimensione è	
Altezza			$\Theta(1)$
Visite			\Downarrow $\Theta(n)$

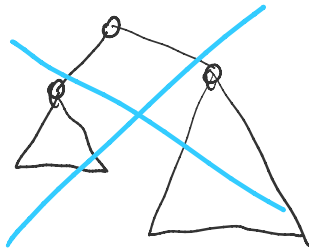
Applicazioni di Post-visite

Stabilire se un alb. binario è
 perfettamente bilanciato

Input \rightarrow puntatore all'albero
 Output \rightarrow booleano $\begin{cases} \text{true} & \text{se l'alb è bil} \\ \text{false} & \text{altrimenti} \end{cases}$



il sott. alb sin e destro devono
perfettamente bilanciati e avere
stessa altezza

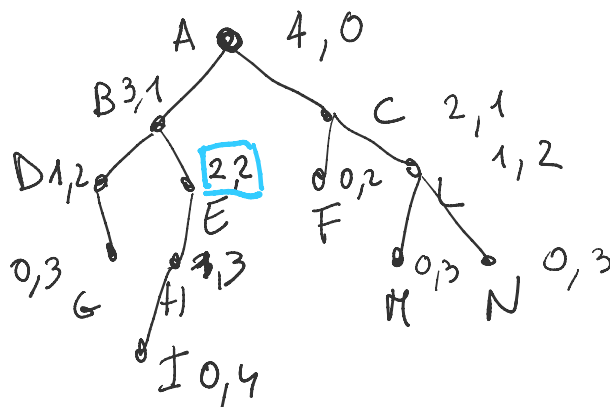


Scrivere una procedura che dato un arb. binario di puntatore u , stampi tutti i nodi ordine -

Def. un nodo x è detto ordine se
 $h(x) = pr(x)$

$h(x)$ è la max distanza del nodo x dalle foglie più lontane

$pr(x)$ è la distanza delle radici

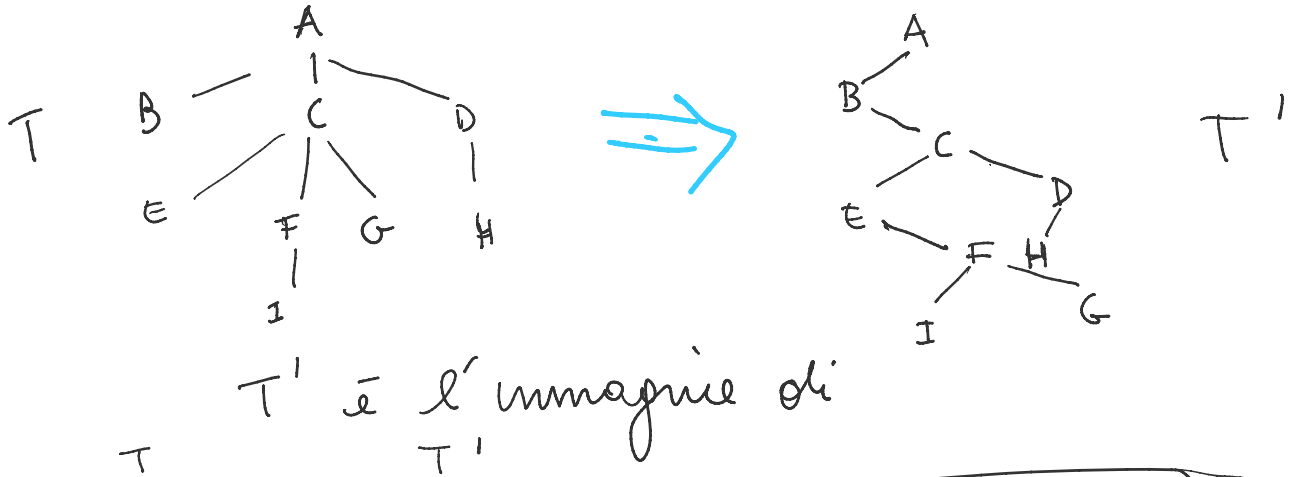


altezza = del basso verso l'alto
 Bottom-up

profondità : dall'alto verso il basso
 Top-down

TRASFORMIAMO GLI ALBERI ORDINARI
 ↓

ALBERI BINARI



T T'
 radice \rightarrow radice
 1^o figlio \rightarrow figlio sinistro
 i -esimo figlio \rightarrow figlio destro dell' $(i-1)$ -esimo figlio in T'

PRE-Visite in alberi ordinati

- 1) esaminare la radice
- 2) visitare il primo figlio in PRE-order
- ⋮
- $n+1$) " l'ennesimo " "

ABC EFG DH
ABC EFG DH

Previsite in $T \equiv$
 Previsite in T'

BEIFG CH DA
 IGFE H DCBA

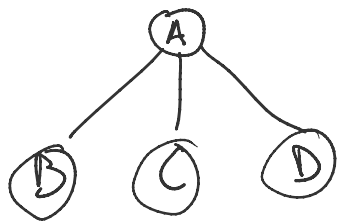
Post Visite in $T \neq$
 Post Visite in T'

In Visite in T'

B E I F G C H D A

Visite simmetriche in T'
≡ PostVisite in T

alberi ordinati → ordinamento



tra i figli di
ciascun nodo

non esiste limite superiore al numero
di figli.

Alberi binari per rappresentare
un dizionario e le sue operazioni

Dizionario insieme dinamico ; varia

nel tempo

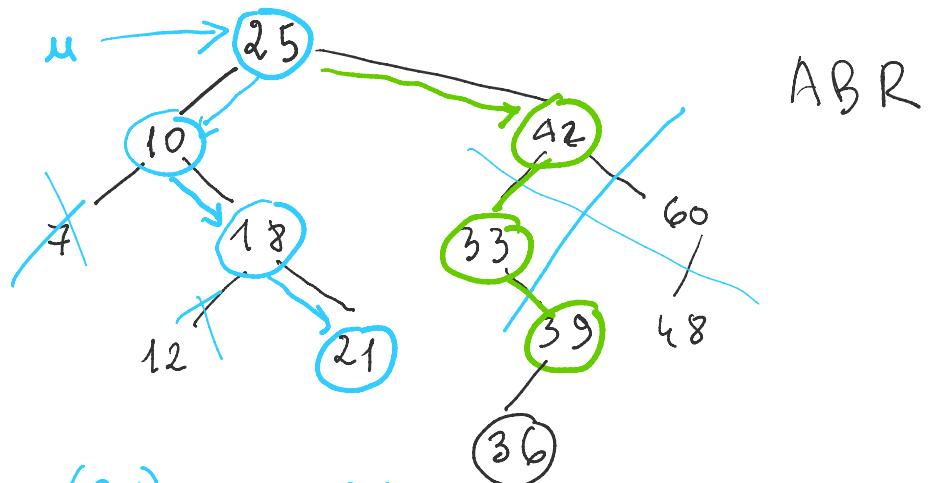
- inserzione
- cancellazione
- ricerca

elemento ; chiave , dati satellite

albero binario di ricerca ABR
stile ricerca binaria

Per ogni chiave K :

- le chiavi \in sott. sin sono $< K$
- " \in " des " $> K$



Ricerca (21) $k=21$

Ricerca (36) \rightarrow ricerca senza successo

I confronti nell'algo. di ricerca sono effettuati su un percorso radice-foglie

• $h =$ altezza dell'ABR

- Ricerca \hat{e} $O(h)$

- Inserzione \hat{e} $O(h)$

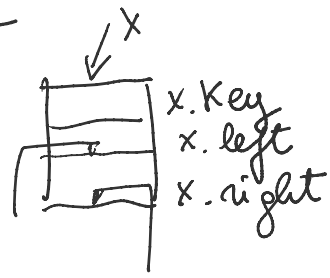
Inserzione (36) - Ricerca (36)
effettua l'inserzione nella posizione
dove termina la ricerca

ITERATIVE-TREE-SEARCH(x, k):

```

while (x != NULL) && (k != x.Key) {
  if (k < x.Key) x = x.left;
  else x = x.right;
} return x

```



Al termine: $k \in T \Rightarrow x \neq \text{NULL}$
 $k \notin T \Rightarrow x = \text{NULL}$

TREE-INSERT (T, z);

```

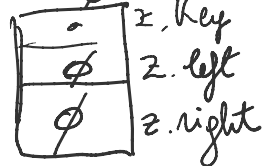
y = NULL;
x = T.root;
while (x != NULL) {

```

$x = T.root$

y = sta un passo indietro a x

iniziativa: z



$O(h)$

```

  y = x;
  if (z.Key < x.Key) x = x.left;
  else x = x.right;
}

```

}

if $y == \text{NULL}$ T.root = z

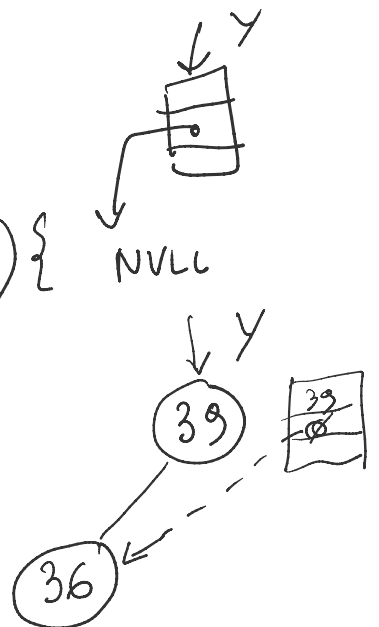
else if (z.Key < y.Key) { NULL

y.left = z;

else
y.right = z;

}

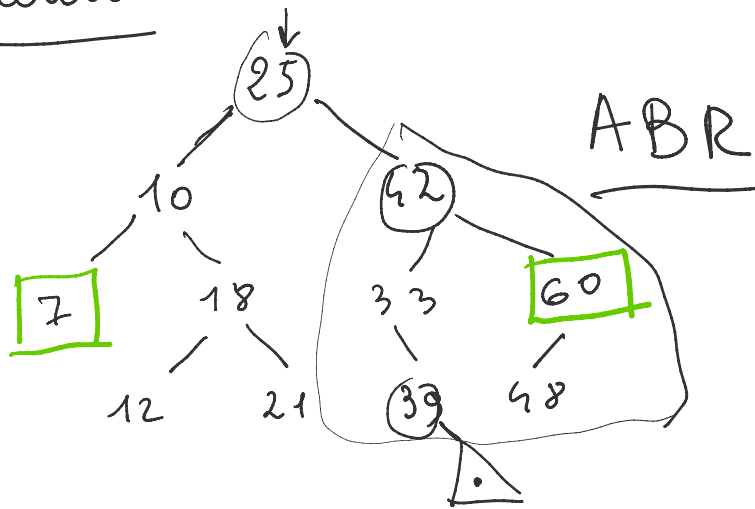
$\Theta(1)$



$z.Key \notin T$, è già stato creato il nuovo nodo di puntatore z

Inserzione $O(h)$

Ordinamento



7 10 12 18 21 25 33 39 42 48 60
INVISITA \equiv sequenze ordinate
complesse di una visita $\underline{\Theta(n)}$

• min $O(h)$

• max $O(h)$

• predecessore $O(h)$

• successore (k): 2 casi $O(h)$

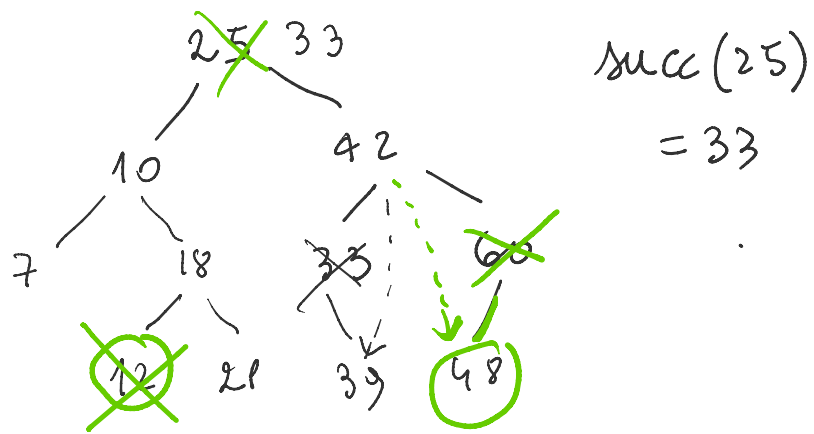
1) il puntatore destro di $k \neq \text{NULL}$
è il minimo del sott. destro

2) il puntatore destro di $k = \text{NULL}$

(il successore sta più in alto di k
nell'albero).

il successore è l'ultimo nodo
nel percorso radice - k (per cui
sono sceso a sinistra).

Cancellazione (k)



k foglia \rightarrow facile

k con un puntatore = NULL \rightarrow facile

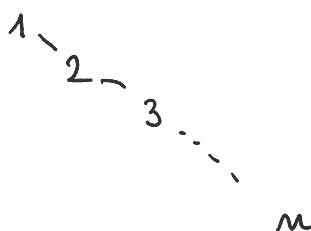
k ha 2 puntori \neq NULL \rightarrow difficile

si elimina $\text{pred}(k)$ o $\text{succ}(k)$
e si sostituisce a k .

$\text{succ}(k)$ = il min del sottalb. destro (k)
ha ~~un~~ il punt. sin = NULL
= può sostituire k nell'albero

Concellazione $O(h)$

$$\Theta(\log n) \leq h < n$$



$$h = n$$

\uparrow
alb. degenera