

008AA – ALGORITMICA E LABORATORIO
Terzo appello, 9 Settembre 2013

Cognome Nome:

N. Matricola:

Corso: A B

Esercizio 1. (6 punti)

Dimostrare che un albero non vuoto con n nodi interni, dove ogni nodo interno ha almeno 2 figli, ha almeno $n + 1$ foglie.

[Suggerimento: per induzione sull'altezza dell'albero.]

Esercizio 2. (9 punti)

Un albero binario *proprio* è un albero in cui ogni nodo interno ha esattamente due figli. Sia T un albero binario proprio. Dato un nodo $v \in T$ si definisca $\text{imbalance}(v)$ la differenza in valore assoluto tra il numero di foglie nei sottoalberi sinistro e destro di v (se v è una foglia $\text{imbalance}(v)=0$). Si definisca anche $\text{imbalance}(T) = \max_{v \in T} \text{imbalance}(v)$.

- Dimostrare un limite superiore all'imbalance di un albero binario proprio con n nodi, e descrivere un albero il cui imbalance raggiunge tale limite.
- Disegnare un albero binario proprio T in cui $\text{imbalance}(T) = \text{imbalance}(v)$ e v non è la radice dell'albero.
- Si progetti un algoritmo efficiente per determinare $\text{imbalance}(T)$ e analizzarne la complessità in tempo.

Esercizio 3. (9 punti)

Sia $G = (V, E)$ un grafo non orientato e connesso di n vertici e m archi. Dati due vertici $u, v \in V$ la $\text{distanza}(u, v)$ è il numero di archi nel cammino più breve da u a v . Si definisca il *Diametro* come la massima distanza tra due vertici.

- Si argomenti che con la DFS non è possibile ottenere una buona stima del diametro di G .
- Si progetti un algoritmo efficiente che calcoli il diametro di G .
- Si analizzi la complessità dell'algoritmo.

Esercizio 4. (6 punti)

Analizzare la complessità al caso pessimo richiesta per inserire n elementi in un heap inizialmente vuoto, invocando ripetutamente la funzione `Enqueue`. Identificare, una sequenza di inserimenti che richiede tale complessità.