SOLUZIONE COMPITINO 1/4/2019

1) • MERGESORT(A,p,r)

IF p<r THEN { q = $\frac{p+r}{2}$;

MERGESORT(A,p,q);

MERGESORT(A,q+1,r);

MERGE(A,p,q,r);

• $T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n=1 \\ 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(n) & n>1 \end{cases}$

T. esperto a=b=2 $n^{\log_b a} = n = \Theta(f(n)) = \Theta(n)$

caso 2 $\Rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$

2) CONTALI(A,p,r)

• IF p=r THEN { IF p≤A[p] THEN return 1

ELSE return 0

}

ELSE { q = $\frac{p+r}{2}$;

return(CONTALI(A,p,q) + CONTALI(A,q+1,r));

• $T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n=1 \\ 2T(\frac{n}{2}) + \Theta(1) & n>1 \end{cases}$

T. esperto a=b=2

$n^{\log_b a} = n^1$

$f(n) = \Theta(1) \in O(n^{1-\varepsilon})$ $\forall 0<\varepsilon$

caso 1 $\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{\log_b a}) = \Theta(n)$

- Limite inferiore con albero di decisione: $\Omega(\log(S(n))) = \Omega(\log n)$ **non** è significativo
  ↓
  \# possibili soluzioni

- Limite inferiore basato sulla dimensione dell'input: $\Omega(n)$ **è** significativo

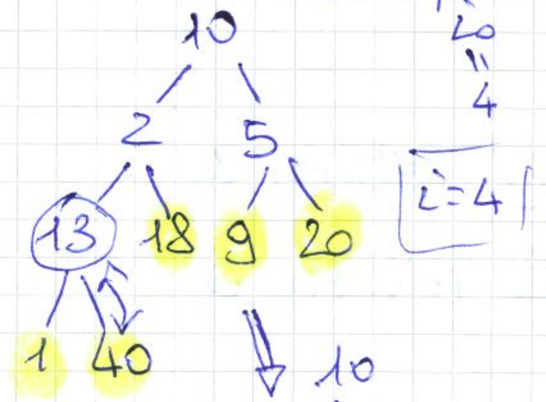
⇒ CONTALI è ottimo.

3)

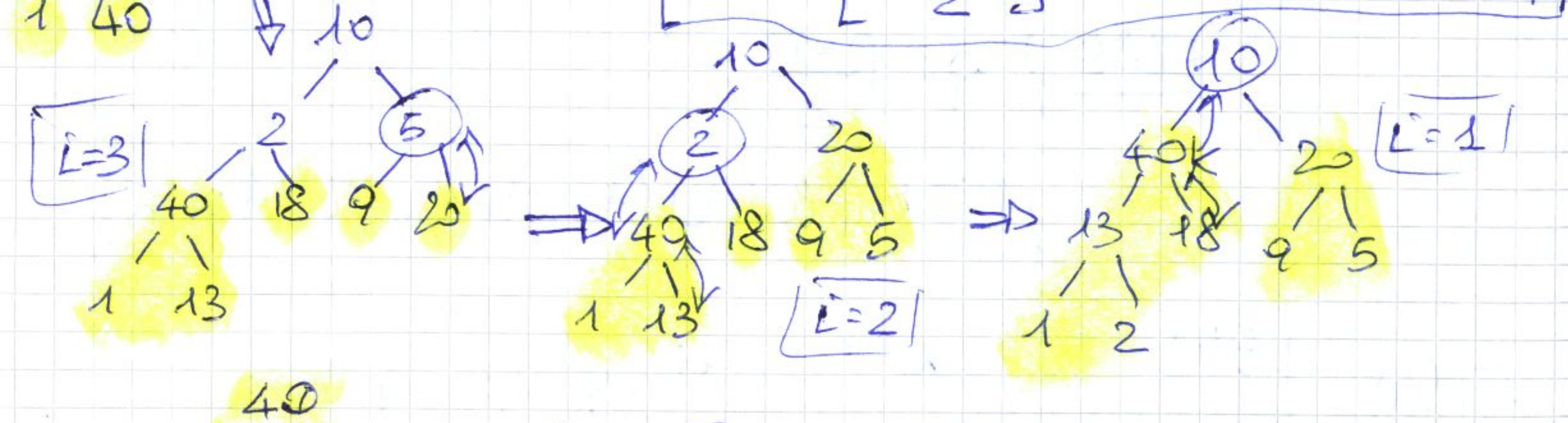
10	2	5	13	18	9	20	1	40

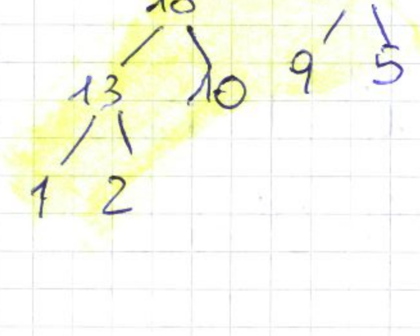
$n = 9$ A

1 → 4 ; sono foglie e dunque heap



BUILD-MAX-HEAP (A)
A.heapsize = A.length;
for i = ⌊A.length / 2⌋ downto 1 do MAXHEAPIFY(A, i)





Array finale

40	18	20	13	10	9	5	1	2

MAXheap

4) • $T(n) = \begin{cases} \Theta(1) & n = 1 \\ 2kT\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n) & n > 1 \end{cases}$

$T^{(n)}_{\text{SELECTION SORT}} = T_{SS}(n) = \Theta(n^2)$

• Risolvo l'eq. in $T(n)$ con T. esperto

$f(n) = \Theta(n) \qquad a = 2k \quad b = 2$

$n^{\log_b a} = n^{\log_2 2k} = n^{(1+\log_2 k)}$

- $k = 1 \quad f(n) = \Theta(n) = \Theta(n^{\log_b a})$ caso 2

$\Rightarrow T(n) = \Theta(n \log n)$ RISORT conviene

- $k > 1 \quad f(n) \in O(n^{(1+\log_2 k)-\varepsilon})$ $\forall \varepsilon > 0$:

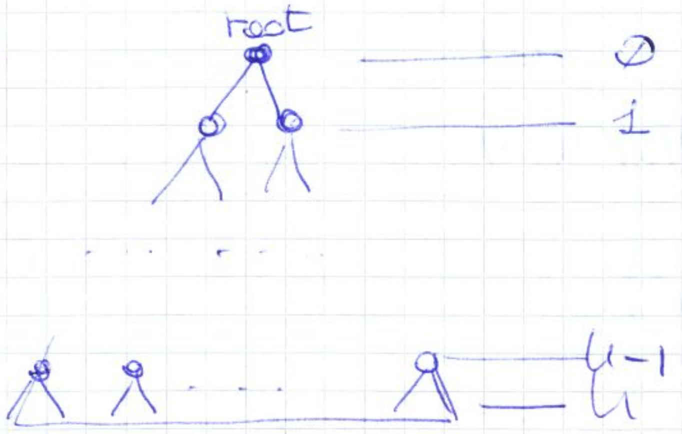
$1 + \log_2 k - \varepsilon > 1$

caso 1 $\iff \log_2 k > \varepsilon$

$\Rightarrow T(n) = \Theta(n^{(1+\log_2 k)})$ $\iff \log_2 k > \varepsilon > 0$

- $k = 2 \quad T(n) = \Theta(n^2)$ RISORT è equivalente a Sel. Sort
- $k \geq 3 \quad T(n) = \Omega(n^2)$ conviene SELECTIONSORT

5)



ABCB

• CASO BASE

h=0 (solo radice) $2^h = 2^0 = 1$ e la radice è foglia ✓

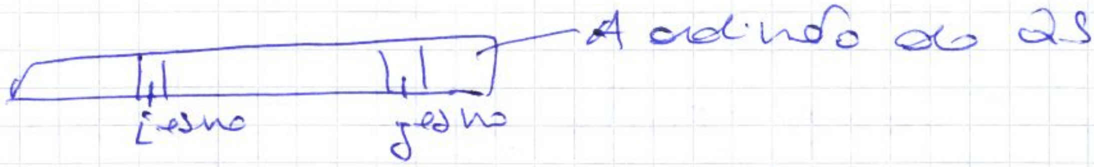
• PASSO INDUTTIVO

Ip induttiva: fino ad altezza h-1 ho 2^{h-1} foglie

Il livello h-esimo ha 2 foglie per quei foglie che erano nel ABCB di altezza h-1

$\Rightarrow 2 * 2^{h-1} = 2^h$ ■

6) v libro p. 151 Cap 7.4.2 o lezione relativa



I due elementi si confrontano

- 0 volte se un pivot ≠ i, j li separa
- 1 volta se capitano nello stesso intervallo con PARTITION e uno di loro è il pivot ← prob $\frac{2}{j-i+1}$