LMB - Informatica - Prova di esame del 2 Ottobre 2014

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome** e **matricola** (se disponibile) su tutti i fogli.

1. Fornire un controesempio alla congettura che

   "per ogni A,B,C,D tali che $A \subseteq B$ e $C \subseteq D$ si ha $A \setminus C \subseteq B \setminus D$".

2. Sapendo che *"partecipi alla selezione solo se prima mandi la lettera"* e che *"non partecipi alla selezione"*, possiamo concludere che *"non hai mandato la lettera"*? Motivare la risposta formalizzando gli enunciati.

3. Dimostrare, procedendo per sostituzione, che le seguenti formule proposizionali sono equivalenti:

   (a) $(P \Rightarrow (\neg Q \Rightarrow (R \Rightarrow \neg P)))$

   (b) $((R \wedge P) \Rightarrow (Q \wedge (R \Rightarrow Q)))$

4. Senza costruire l'intera tabella di verità, fornire due interpretazioni che dimostrano che la formula $((P \oplus Q) \Leftrightarrow (R \Rightarrow (Q \Rightarrow S)))$ è soddisfacibile e che non è una tautologia.

5. Formalizzare l'enunciato *"tutti gli amici di Alice sono amici di Bruno, ma Cosimo non ha amici"* utilizzando le tre costanti *Alice*, *Bruno* e *Cosimo* e il simbolo di predicato binario $amici(\_,\_)$, interpretati in modo standard sul dominio delle persone.

6. Dimostrare che le seguenti formule predicative sono logicamente equivalenti:

   (a) $\neg(\exists x . (\exists y . (P(x,y) \Rightarrow Q(y,x))))$

   (b) $\big(\forall y . \big((\forall x . P(x,y)) \wedge (\forall x . (Q(y,x) \Rightarrow \neg P(x,y)))\big)\big)$