LMB - Informatica - Prova di esame del 26 Settembre 2016

Attenzione: Scrivere **nome**, **cognome** e **matricola** (se disponibile) su tutti i fogli.

1. Sfruttando i diagrammi di Eulero/Venn fornire un **controesempio concreto** alla congettura che

   "Per ogni A,B,C *tali che* $A \subseteq B \cup \overline{C}$ *e* $B \subseteq A \cup \overline{C}$ *si ha* $A \cap B \subseteq \overline{C}$*"*.

2. Sapendo che *"devi scrivere una lettera se te lo chiede il capoufficio"* e che *"il capoufficio non ti chiede di scrivere una lettera"*, possiamo concludere che *"non devi scrivere una lettera"*?
   Motivare la risposta formalizzando gli enunciati.

3. Dimostrare, procedendo per sostituzione, che le seguenti formule proposizionali sono equivalenti:

   (a) $(\ (P \vee \neg Q) \ \Rightarrow\ (R \Rightarrow P)\ )$

   (b) $(\ ((\neg P \wedge \neg Q) \ \Rightarrow\ \neg R) \ \vee\ (R \ \Rightarrow\ (\neg Q \wedge P))\ )$

4. Senza costruire l'intera tabella di verità, fornire due interpretazioni che dimostrano che la formula

   $$(((P \Rightarrow (Q \wedge \neg R)) \wedge \neg(P \Rightarrow R)) \ \Rightarrow\ (P \wedge \neg S))$$

   è soddisfacibile ma che non è una tautologia.

5. Formalizzare l'enunciato *"ogni numero ha almeno un multiplo, ma non tutti i multipli di 2 sono multipli di 3"* utilizzando le costanti *2* e *3* e il simbolo di predicato binario $multiploDi(\_,\_)$ interpretati in modo standard sul dominio dei numeri naturali.[1]

6. Dimostrare che le seguenti formule predicative sono logicamente equivalenti:

   (a) $(\ (\forall x\,.\,Q(x)) \ \Rightarrow\ (\exists x\,.\,P(x))\ )$

   (b) $(\ \exists x\,.\,(Q(x) \Rightarrow (P(x) \wedge Q(x)))\ )$

[1] Il predicato $multiploDi(x,y)$ afferma che "x è un multiplo di y".