

LMB - Informatica - Alcune soluzioni

2.5.3.6 Dimostrare sia con i diagrammi di Eulero-Venn che per sostituzione che comunque si scelgano tre insiemi A , B e C si ha $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$.

Soluzione:

$$\begin{aligned} & A \setminus (B \cup C) \\ = & \quad \{ \text{(differenza)} \} \\ & A \cap \overline{(B \cup C)} \\ = & \quad \{ \text{(De Morgan)} \} \\ & \underline{A} \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(idempotenza), al contrario} \} \\ & (A \cap A) \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(associatività), al contrario} \} \\ & A \cap (A \cap (\overline{B} \cap \overline{C})) \\ = & \quad \{ \text{(associatività)} \} \\ & A \cap ((A \cap \overline{B}) \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(commutatività)} \} \\ & A \cap ((\overline{B} \cap A) \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(associatività)} \} \\ & A \cap (\overline{B} \cap (A \cap \overline{C})) \\ = & \quad \{ \text{(associatività)} \} \\ & \underline{(A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C})} \\ = & \quad \{ \text{(differenza), due volte} \} \\ & (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \end{aligned}$$

Soluzione semplificata:

$$\begin{aligned} & A \setminus (B \cup C) \\ = & \quad \{ \text{(differenza)} \} \\ & A \cap \overline{(B \cup C)} \\ = & \quad \{ \text{(De Morgan)} \} \\ & \underline{A} \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(idempotenza), al contrario} \} \\ & (A \cap A) \cap (\overline{B} \cap \overline{C}) \\ = & \quad \{ \text{(associatività), alcune volte, e (commutatività)} \} \\ & \underline{(A \cap \overline{B}) \cap (A \cap \overline{C})} \\ = & \quad \{ \text{(differenza), due volte} \} \\ & (A \setminus B) \cap (A \setminus C) \end{aligned}$$