

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2017/18)

Nome:

Cognome:

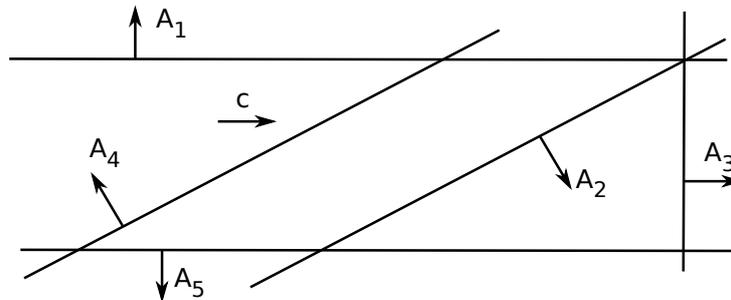
Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL:

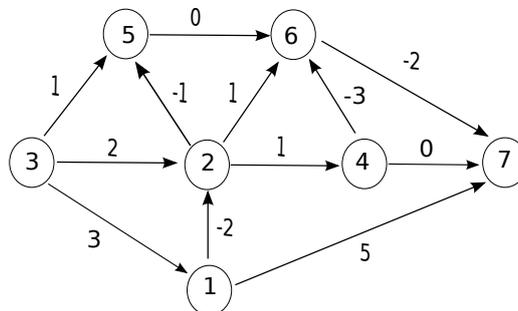
$$\begin{array}{rcll}
 \max & -x_1 & + & x_2 \\
 & 2x_1 & + & 4x_2 & \leq & 10 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\
 & & & -x_2 & \leq & -2 \\
 & -3x_1 & & & \leq & 0
 \end{array}$$

Si verifichi se la soluzione $\bar{x} = [1, 2]$ sia ottima per il problema. Inoltre, si specifichi se \bar{x} sia una soluzione di base, discutendone l'eventuale degenerazione. Infine, nel caso \bar{x} sia ottima, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

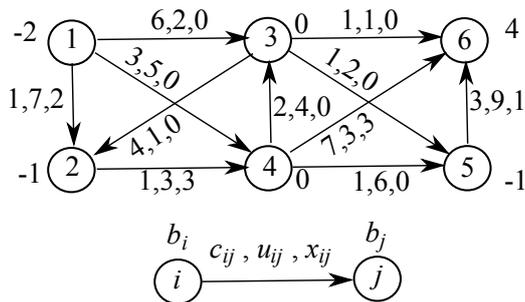
2) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Si osservi che c e A_3 sono collineari. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base \bar{x} e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Alla fine, se l'algoritmo termina con esito ottimo finito, si discuta l'unicità delle soluzioni ottime determinate, sia primale che duale.



3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 3 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. Si discuta infine se l'albero individuato sia l'unico albero dei cammini minimi di radice 3.



4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo relativamente all'istanza in figura utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 29$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il relativo costo. Il flusso di costo minimo determinato è l'unica soluzione ottima del problema? Giustificare la risposta.



5) Data la coppia asimmetrica di problemi di PL:

$$(P) \max\{cx : Ax \leq b\} \text{ e } (D) \min\{yb : yA = c, y \geq 0\},$$

si specifichi qual è la direzione d implicitamente considerata in ogni iterazione dell'algoritmo del Simplex Duale, e si dimostri che d è una direzione di decrescita per (D) . Si indichi inoltre qual è il massimo passo di spostamento lungo d , dimostrando quanto asserito.

6) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante un algoritmo di Branch and Bound che usa MS1T come rilassamento, nessuna euristica, ed effettua il branching come segue: selezionato il nodo con il minor valore $r > 2$ di lati dell'MS1T in esso incidenti (a parità di tale valore, quello con indice minimo), crea $r(r-1)/2$ figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a $r-2$ di tali lati. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, e si inseriscano in coda i figli di ogni nodo in ordine lessicografico crescente dell'insieme di lati fissati a zero (ad esempio, se il nodo selezionato è 2, e vengono creati due figli fissando a 0 la variabile dei lati (2,3) e (2,4), rispettivamente, il figlio ottenuto fissando $x_{23} = 0$ va inserito prima di quello ottenuto fissando $x_{24} = 0$).

Per ogni nodo dell'albero si riporti la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi poi se, e come, viene effettuato il branching, oppure se il nodo viene chiuso e perché. Si visitino solamente i primi 7 nodi dell'albero delle decisioni (incluso il nodo radice). Se ciò non è sufficiente a risolvere il problema, si indichino la migliore valutazione inferiore e superiore disponibile al momento della terminazione, e il gap relativo corrispondente, giustificando la risposta.

