

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2017/18)

Nome:

Cognome:

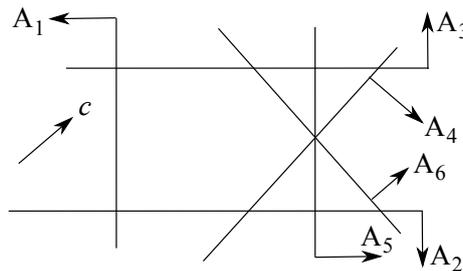
Matricola:

1) Si risolva il seguente problema di *PL*

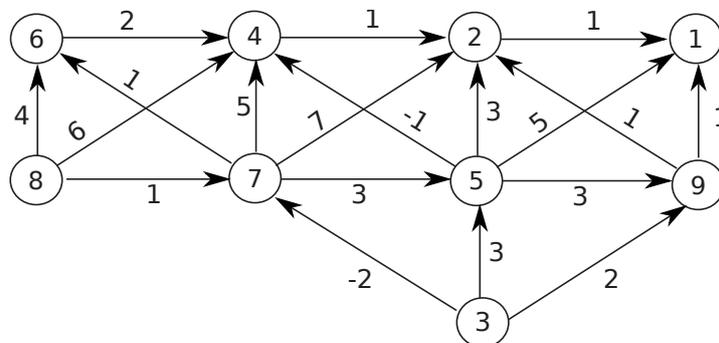
$$\begin{array}{rcl}
 \max & -2x_1 & - x_2 \\
 & x_1 & - x_2 \leq 3 \\
 & x_1 & \leq 2 \\
 & -x_1 & - x_2 \leq 1 \\
 & & - x_2 \leq 1 \\
 & -x_1 & \leq 0
 \end{array}$$

applicando l’algoritmo del Simpleso Primate, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento e l’indice entrante. In caso di ottimo finito: *i*) si discuta se la soluzione ottima primale individuata sia unica; *ii*) si determini l’insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale. Giustificare le risposte.

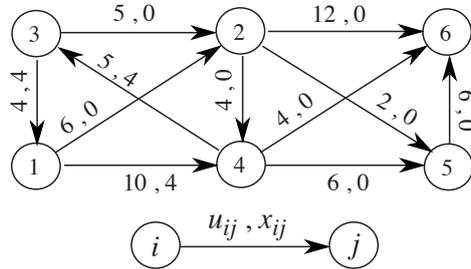
2) Si risolva geometricamente, per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primate, il problema di *PL* in figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Si noti che c è collineare ad A_6 e perpendicolare ad A_4 ; inoltre, A_1 e A_5 sono collineari, come pure A_2 e A_3 . Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione di base primale e la direzione di spostamento (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Al termine, se il problema ammette ottimo finito: *i*) si discuta l’unicità della soluzione ottima primale determinata; *ii*) si indichi se la soluzione ottima primale determinata resterebbe ottima nello scenario $c = A_5$, e si discuta la sua eventuale unicità. Giustificare le risposte.



3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 8 sul grafo in figura, utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato, i vettori dei predecessori e delle etichette e l’insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato e se ne discuta l’unicità.



4) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura utilizzando l’algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso indicato, di valore $v = 0$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l’ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l’albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine, si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall’algoritmo e la sua capacità, giustificando la risposta. Si discuta infine quali sarebbero il valore del flusso massimo e il taglio di capacità minima restituito dall’algoritmo qualora la capacità dell’arco (1, 4) fosse $u_{14} = 11$.



5) Si consideri il seguente problema di PL:

$$(P) \max\{ cx : Ax \leq b, x \leq 0 \}.$$

Supponiamo che il sistema

$$(S) \begin{cases} A\xi \leq 0 \\ \xi \leq 0 \\ c\xi > 0 \end{cases}$$

ammetta una soluzione $\bar{\xi} \in R^n$. Dimostrare che se (P) è non vuoto, allora è superiormente illimitato.

6) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{array}{rcccccc} \max & 8x_1 & +15x_2 & +7x_3 & +4x_4 & +x_5 & +2x_6 \\ & 3x_1 & +5x_2 & +3x_3 & +3x_4 & +2x_5 & +2x_6 \leq & 15 \\ & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_6 \in & \{0, 1\} \end{array}$$

l’algoritmo Branch&Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l’euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l’albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell’albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall’euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore ed inferiore. Si indichi inoltre se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.

Si discuta infine se la soluzione ottima determinata resterebbe ottima anche nel caso di capacità dello zaino pari a 14, giustificando la risposta.