RICERCA OPERATIVA (a.a. 2017/18)

Nome: Cognome: Matricola:

1) Si risolva il seguente problema di PL applicando l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante, il vettore η_B, il passo di spostamento e l'indice uscente, giustificando le risposte. Al termine, in caso di ottimo finito, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, e si verifichi se $y = [0, 0, 0, 3, 2]$ sia una soluzione ottima duale alternativa a quella individuata dall'algoritmo. Giustificare le risposte.

$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & x_1 & + & 2x_2 & & \\
 & & & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & - & 2x_2 & \leq & 4 \\
 & 2x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & -2
\end{array}
$$

2) Si consideri il seguente problema di PL, in cui γ è un parametro reale:

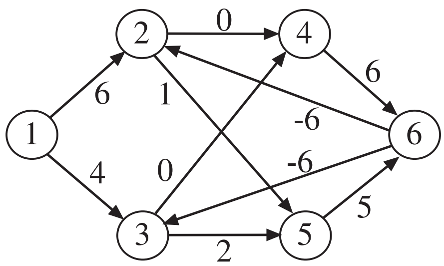
$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & (-1-\gamma)x_1 & + & (-1+2\gamma)x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & 2 \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 1 \\
 & & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & -1
\end{array}
$$

Si individui il sottoinsieme di valori di γ per cui $B = \{4, 5\}$ è una base ottima per tale problema, giustificando la risposta. Si consideri quindi la seguente variante del problema, in cui α è un parametro reale:

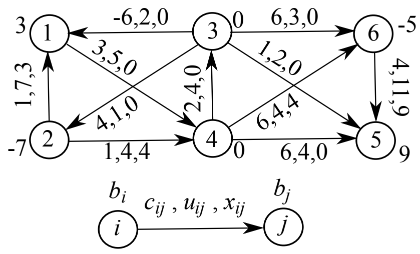
$$
\begin{array}{rrcrcr}
\max & -x_1 & - & x_2 & & \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 4-2\alpha \\
 & x_1 & & & \leq & 2-\alpha \\
 & x_1 & - & x_2 & \leq & 1+\alpha \\
 & & - & x_2 & \leq & 0 \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & -1
\end{array}
$$

Si individui il sottoinsieme di valori di α per cui $B = \{4, 5\}$ è una base ottima per tale secondo problema di PL.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1, sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q. Si esaminino gli archi di ogni stella uscente in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione ottima ottenuta è unica? Giustificare la risposta.



4) Si risolva il problema di flusso di costo minimo, relativamente all'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di cancellazione dei cicli a partire dal flusso indicato, di costo $cx = 67$. Per ogni iterazione si mostri il ciclo individuato con il suo verso, costo e capacità, e la soluzione ottenuta dopo l'applicazione dell'operazione di composizione, con il suo costo. Al termine si dimostri che la soluzione ottenuta è ottima.



5) Si consideri un sistema wireless di tipo WLAN (Wireless Local Area Networks), caratterizzato da n utenti con domanda di connessione pari a a_i Kbps, $i = 1, \ldots, n$. In tale sistema sono presenti m punti d'accesso non capacitati per il soddisfacimento delle domande degli utenti.

Ognuno degli n utenti va assegnato ad esattamente un punto d'accesso per il soddisfacimento della propria domanda di connessione. Inoltre, per motivi di equilibrio, si richiede che il rapporto tra la minima domanda totale e la massima domanda totale che i punti d'accesso si trovano a dover soddisfare (in seguito all'assegnamento degli utenti) sia maggiore o uguale di $1/2$.

Noto il costo c_{ij} derivante dall'assegnamento dell'utente i al punto d'accesso j, $i = 1, \ldots, n$, $j = 1, \ldots, m$, si formuli in termini di *PLI* il problema di decidere come assegnare gli utenti ai punti d'accesso rispettando il vincolo di equilibrio e minimizzando il costo totale di assegnamento.

6) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante un algoritmo di B&B che usa MS1T come rilassamento, nessuna euristica, ed effettua il branching selezionando il nodo con il più piccolo valore $r > 2$ di lati dell'MS1T in esso incidenti (a parità di tale valore, quello con indice minimo) e creando $r(r-1)/2$ figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a $r - 2$ di tali lati. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi Q come una coda. Per ogni nodo dell'albero si riportino la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi inoltre se, e come, viene effettuato il branching, o se il nodo viene chiuso e perché.