

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2017/18)

Nome:

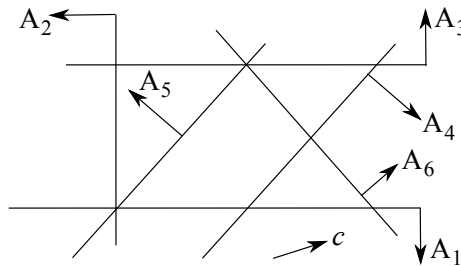
Cognome:

Matricola:

1) Si risolva il problema di PL dato applicando l’algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’indice entrante k , il vettore η_B , il passo $\bar{\theta}$ e l’indice uscente h . Assumendo poi che il costo della variabile x_1 sia un parametro reale α , si determini: *i*) il sottoinsieme dei valori di α per cui la soluzione ottima primale precedentemente individuata continui a restare ottima; *ii*) l’insieme delle soluzioni ottime primali nel caso speciale di *i*) in cui $\alpha = -4$. Giustificare le risposte.

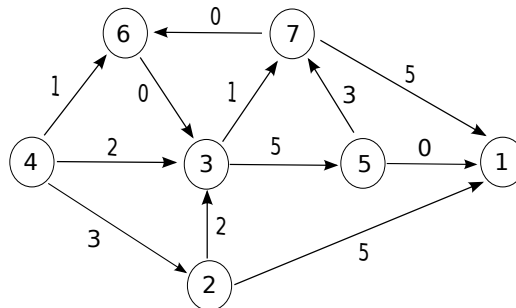
$$\begin{array}{rcll}
 \max & & 2x_2 & \\
 & -x_1 & - & x_2 \leq 0 \\
 & -2x_1 & + & x_2 \leq 6 \\
 & x_1 & + & x_2 \leq -2 \\
 & x_1 & & \leq 1 \\
 & x_1 & & \leq 4 \\
 & x_1 & & \leq -1
 \end{array}$$

2) Si risolva geometricamente, per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione primale di base x e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta inoltre la degenerazione primale e duale delle basi visitate.

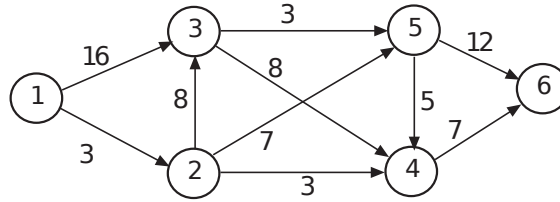


3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato.

Nel caso in cui il costo dell’arco $(5, 1)$ fosse un parametro reale ϵ (anzichè valere 0, come in figura), per quali valori di tale parametro l’albero individuato continuerebbe ad essere un albero dei cammini minimi di radice 4? E per quali valori di ϵ tale albero sarebbe l’unico albero dei cammini minimi di radice 4? Giustificare le risposte.



4) Si risolva il problema di flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6, sull'istanza in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Si parta dal flusso x , di valore $v = 3$, tale che $x_{1,2} = x_{2,4} = x_{4,6} = 3$, e $x_{i,j} = 0$ altrimenti. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Ad ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità. Si discuta infine quali sarebbero il flusso massimo e il taglio di capacità minima restituiti dall'algoritmo qualora la capacità dell'arco (1,3) fosse pari a 10 invece che a 16. Giustificare le risposte.



5) Con riferimento alla Teoria della Dualità della Programmazione Lineare, si enunci e si dimostri il Teorema Forte della Dualità.

6) Si risolva il problema del cammino minimo vincolato dal nodo 1 al nodo 8, sul grafo in figura, mediante l'algoritmo Branch&Bound che usa come rilassamento il problema di cammino minimo (non vincolato), non fa ricorso a euristiche, visita l'albero delle decisioni a ventaglio, e usa la seguente regola di branching: dato il cammino minimo ottenuto dal rilassamento, genera il primo figlio eliminando il primo arco del cammino, genera il secondo figlio fissando in soluzione il primo arco del cammino e eliminando il secondo, genera il terzo figlio fissando in soluzione i primi due archi del cammino ed eliminando il terzo, e così via fino all'ultimo sottocammino (di origine 1) la cui lunghezza è minore della soglia massima. Per ogni nodo si riporti la soluzione del rilassamento e si indichi se il nodo viene chiuso e perché, oppure se viene effettuato il branching e come. Si esaminino solamente i primi cinque nodi dell'albero delle decisioni, compresa la radice. Al termine si riportino la miglior valutazione inferiore e la miglior valutazione superiore del valore ottimo disponibili, giustificando la risposta.

