

7/07/2008

**Esercizio 1.** Sia

$$f(x) = x^2 - \sin(x).$$

- (a) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle soluzioni dell'equazione  $f(x) = 0$  (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).
- (b) Si scriva uno script Matlab che implementi tre passi del metodo delle tangenti applicato a  $f(x)$  a partire dal punto iniziale individuato precedentemente.

**Esercizio 2.** Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli autovalori ed autovettori di  $A$ .
- (b) Si dica se sono soddisfatte le condizioni sufficienti per la convergenza del metodo delle potenze.
- (c) Dato  $x_0 = [1, 1]^T$  si determinino le prime tre iterazioni  $x_1, x_2$  e  $x_3$  del metodo delle potenze applicato ad  $A$  con vettore iniziale  $x_0$ , dove  $x_i = Ax_{i-1}$ , con  $i = 1, 2, 3$ .
- (d) Si ricavi la formula esplicita di  $x_k$  in funzione di  $k$ , e si verifichi che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_k}{\|x_k\|_\infty}$$

è uno degli autovettori di  $A$ .

**Esercizio 3.** Sia  $f(x) = e^x$ .

- (a) Si scrivano i comandi Matlab per costruire il polinomio di interpolazione  $p(x)$  di  $f(x)$  sui nodi  $x_0 = 0, x_i = 1/(11 - i)^2$ , per  $i = 1, 2, \dots, 10$ .
- (b) Si dia una maggiorazione del resto del polinomio di interpolazione sull'intervallo  $[0, 1]$ .
- (c) Si scriva la formula che esprime l'integrale esatto di  $p(x)$  su  $[0, 1]$  in termini dei suoi coefficienti.
- (d) Si implementi in Matlab il calcolo dell'integrale esatto di  $p(x)$ , seguendo la formula trovata al punto (c).