

7/07/2008

Esercizio 1. Sia

$$f(x) = x^2 - \sin(x).$$

- (a) Si studi la convergenza del metodo delle tangenti alle soluzioni dell'equazione $f(x) = 0$ (scelta del punto iniziale e ordine di convergenza).
- (b) Si scriva uno script Matlab che implementi tre passi del metodo delle tangenti applicato a $f(x)$ a partire dal punto iniziale individuato precedentemente.

Esercizio 2. Sia

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) Si calcolino gli autovalori ed autovettori di A .
- (b) Si dica se sono soddisfatte le condizioni sufficienti per la convergenza del metodo delle potenze.
- (c) Dato $x_0 = [1, 1]^T$ si determinino le prime tre iterazioni x_1, x_2 e x_3 del metodo delle potenze applicato ad A con vettore iniziale x_0 , dove $x_i = Ax_{i-1}$, con $i = 1, 2, 3$.
- (d) Si ricavi la formula esplicita di x_k in funzione di k , e si verifichi che

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{x_k}{\|x_k\|_\infty}$$

è uno degli autovettori di A .

Esercizio 3. Sia $f(x) = e^x$.

- (a) Si scrivano i comandi Matlab per costruire il polinomio di interpolazione $p(x)$ di $f(x)$ sui nodi $x_0 = 0, x_i = 1/(11 - i)^2$, per $i = 1, 2, \dots, 10$.
- (b) Si dia una maggiorazione del resto del polinomio di interpolazione sull'intervallo $[0, 1]$.
- (c) Si scriva la formula che esprime l'integrale esatto di $p(x)$ su $[0, 1]$ in termini dei suoi coefficienti.
- (d) Si implementi in Matlab il calcolo dell'integrale esatto di $p(x)$, seguendo la formula trovata al punto (c).