

# RICERCA OPERATIVA (a.a. 2020/21)

Nome:

Cognome:

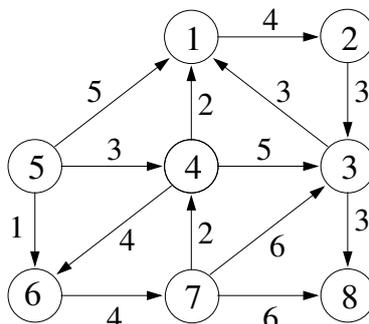
Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 4x_1 + x_2 + 4x_3 \\
 & \beta x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 5 \\
 & \gamma x_1 - x_2 \leq 3 \\
 & -\alpha x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 1 \\
 & x_1 + \alpha x_2 - \beta x_3 \leq 4
 \end{aligned}$$

Si determinino tutte le terne di valori dei parametri reali  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  per i quali  $\bar{x} = (1, 1, 0)$  e  $\bar{y} = (0, 1, 2, 0)$  sono rispettivamente una soluzione ottima del problema e del suo duale. Fissati quindi  $\alpha = 0$ ,  $\beta = 3$  e  $\gamma = 3$ , si dimostri che in tale scenario  $\bar{x}$  è una soluzione ammissibile ma non ottima per  $(P)$ , e si determini una direzione ammissibile di crescita per  $\bar{x}$ . Giustificare le risposte.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 5 al nodo 8, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Per ogni iterazione si fornisca l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Si visitino gli archi di ogni stella uscente per ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si riporti il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi  $N_s$ , l'insieme dei nodi  $N_t$  e la capacità del taglio. Aumentando la capacità dell'arco  $(5, 6)$  di una unità, come varia il valore del flusso massimo? Giustificare la risposta.



3) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 18x_1 + 12x_2 + 10x_3 + 4x_4 + 2x_5 \\
 & 5x_1 + 4x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 \leq 12 \\
 & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\}
 \end{aligned}$$

un algoritmo Branch and Bound che usa il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, esegue il branching sull'unica variabile frazionaria nella soluzione ottima del rilassamento continuo, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Si esaminino solamente i primi tre livelli (compresa la radice) dell'albero di enumerazione. Al termine si indichi se il problema è stato risolto, oppure quali sono la miglior valutazione superiore e inferiore disponibili nel momento in cui l'esplorazione viene interrotta, valutando il gap relativo ottenuto.