RICERCA OPERATIVA (a.a. 2020/21)

Nome: Cognome: Matricola:

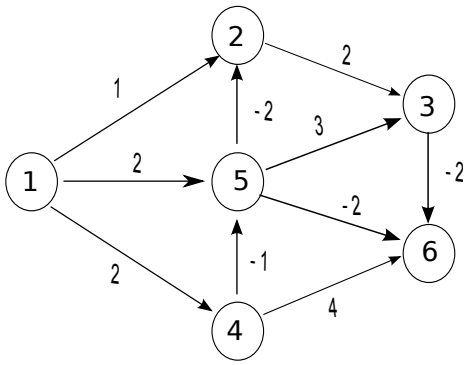
1) Si consideri il seguente problema di PL:

$$\begin{array}{lrcrcrcrcr} \min & 2y_1 & + & y_2 & + & 4y_3 & + & y_4 & & \\ & y_1 & + & y_2 & + & y_3 & & & = & 1 \\ & y_1 & - & y_2 & + & 2y_3 & - & y_4 & = & -1 \\ & y_1, & & y_2, & & y_3, & & y_4 & \geq & 0 \end{array}$$

Utilizzando le condizioni degli scarti complementari, si verifichi se la soluzione $\bar{y} = (0, 1, 0, 0)$ sia ottima per il problema. Nel caso in cui lo sia, si discuta se $\bar{y} = (0, 1, 0, 0)$ sia l'unica soluzione ottima del problema. Inoltre, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema duale di quello dato. Giustificare le risposte.

2) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u, i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q (se utilizzato). Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. La soluzione ottima è unica?

Infine, si discuta quale algoritmo converrebbe utilizzare, dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, nel caso in cui l'arco $(4, 6)$ cambiasse orientamento, mantenendo invariato il proprio costo. Giustificare le risposte.



3) L'agenzia per lo sviluppo energetico *Energie* deve aprire p centrali elettriche. Individua pertanto un insieme J di siti candidati all'apertura di una centrale, con $|J| \geq p$. L'agenzia censisce inoltre l'insieme I dei principali centri abitati della regione interessata, e stima le distanze d_{ij} intercorrenti tra il centro abitato i e il sito candidato j, $\forall i \in I, j \in J$.

Tenendo conto che, per ogni centro abitato i, la centrale elettrica *critica* per i è la centrale più vicina a i tra quelle aperte, si formuli in termini di PLI il problema di decidere dove aprire le p centrali elettriche in modo da massimizzare la minima distanza intercorrente tra un centro abitato e la centrale elettrica critica per tale centro abitato.