

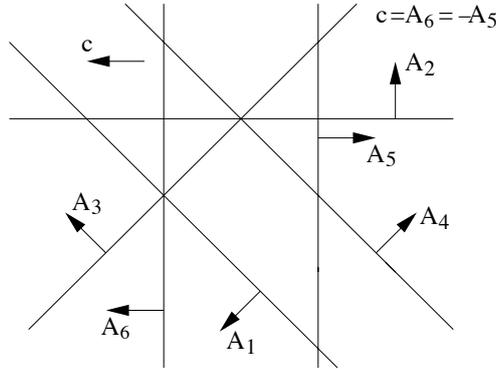
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2021/22)

Nome:

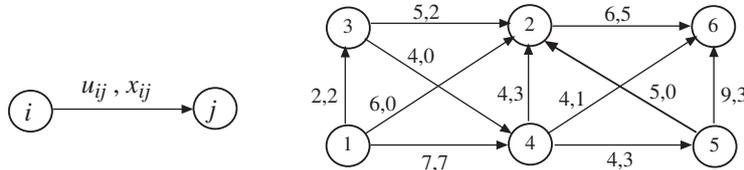
Cognome:

Matricola:

1) Si risolva geometricamente, per mezzo dell'algoritmo del Simpleso Primale, il problema di PL in figura a partire dalla base $B = \{4, 5\}$. Per ogni iterazione si indichino la base, la soluzione di base primale x e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante, giustificando le risposte. Si discuta la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall'algoritmo. Successivamente, si consideri il caso in cui $c = A_1$: la soluzione ottima trovata in precedenza resta tale? Qual è, in questo caso, l'insieme di tutte le soluzioni ottime del problema primale? Giustificare le risposte.



2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 6 sulla rete in figura utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp a partire dal flusso riportato, di valore $v = 9$. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Per ogni iterazione si specifichi l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio (N_s, N_t) restituito dall'algoritmo e la sua capacità. Si discuta infine come cambierebbero il flusso massimo e il taglio di capacità minima individuati dall'algoritmo se l'arco $(1, 2)$ avesse capacità $u_{12} = 5$.



3) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{aligned} \max \quad & x_1 + 4x_2 + 6x_3 + 8x_4 + 10x_5 \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 2x_4 + 2x_5 \leq 5 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, e visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first (tra i figli di uno stesso nodo, si visiti per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1). Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Al termine si discuta se la soluzione ottima determinata resterebbe tale nel caso in cui il costo del secondo oggetto venisse ridotto di un'unità, ovvero valesse 3 invece di 4, giustificando la risposta.