

**RICERCA OPERATIVA (a.a. 2021/22)**

**Nome:**

**Cognome:**

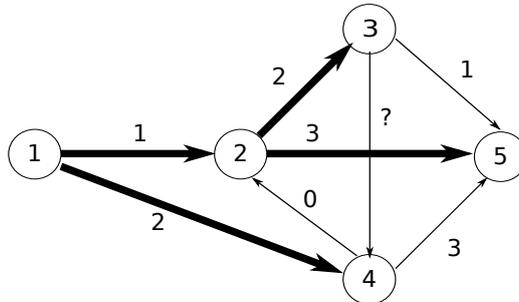
**Matricola:**

1) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 2x_1 + x_2 + 4x_3 \\
 & x_1 + \beta x_2 + x_3 \leq 5 \\
 & \gamma x_1 - x_2 \leq 3 \\
 & -\alpha x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 0 \\
 & x_1 + \alpha x_2 - \beta x_3 \leq 4
 \end{aligned}$$

Si determinino tutte le terne di valori dei parametri  $\alpha, \beta$  e  $\gamma$  per le quali  $\bar{x} = (1, 1, 0)$  e  $\bar{y} = (0, 1, 2, 0)$  sono, rispettivamente, una soluzione ottima del problema dato e del suo duale. Tra le terne individuate, si determinino quelle per cui il problema duale ammette una soluzione ottima  $\hat{y}$  tale che  $\hat{y}_1 > 0$ . Giustificare le risposte.

2) Si consideri il grafo in figura, in cui il costo associato all'arco  $(3, 4)$ ,  $c_{34}$ , non è noto. Si individui per quali valori di  $c_{34}$  l'albero  $T$  evidenziato in figura è un albero dei cammini minimi di radice 1, giustificando la risposta. Si fissi quindi  $c_{34} = -2$  e, nel caso in cui per tale scelta  $T$  non sia un albero dei cammini minimi di radice 1, si esegua un passo dell'algoritmo SPT per migliorare  $T$ .



3) Si risolva l'istanza di TSP in figura mediante un algoritmo Branch and Bound che usa MS1T come rilassamento, non utilizza nessuna euristica, ed effettua il branching come segue: selezionato il nodo con il più piccolo valore  $r > 2$  di lati in esso incidenti nella soluzione di MS1T (a parità di tale valore, quello con indice minimo), crea  $r(r-1)/2$  figli corrispondenti a tutti i modi possibili per fissare a zero la variabile corrispondente a  $r-2$  di tali lati. Si visiti l'albero delle decisioni in modo breadth-first, ossia si implementi  $Q$  come una coda, e si inseriscano in  $Q$  i figli di ogni nodo in ordine lessicografico crescente (ad esempio, se si seleziona il nodo 1,  $(1, 2)$  è inserito prima di  $(1, 3)$ ). Per ogni nodo dell'albero si riportino la soluzione ottenuta dal rilassamento con la corrispondente valutazione inferiore. Si indichi poi se, e come, viene effettuato il branching o se il nodo viene chiuso e perché.

Si esplorino solamente i primi due livelli dell'albero delle decisioni (la radice conta come un livello). Se ciò non è sufficiente a risolvere il problema, si indichi il gap relativo ottenuto quando l'esecuzione viene interrotta, giustificando la risposta.

