RICERCA OPERATIVA (a.a. 2022/23)

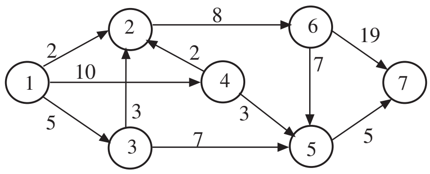
Nome: Cognome: Matricola:

1) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$
\begin{array}{lrcrcr}
\max & & & x_2 & & \\
 & -x_1 & - & x_2 & \leq & 5 \\
 & & & x_2 & \leq & 0 \\
 & -2x_1 & + & x_2 & \leq & -2 \\
 & x_1 & + & x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 4 \\
 & x_1 & & & \leq & -1
\end{array}
$$

Si applichi l'algoritmo del Simplesso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{2, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k, il vettore η_B, il passo di spostamento $\bar{\theta}$ e l'indice uscente h, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si individui 1) l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, 2) l'insieme di tutte le soluzioni ottime primali, giustificando le risposte.

2) Si risolva il problema di flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Per ogni iterazione si riporti il flusso x determinato, il suo valore v, il cammino aumentante individuato e la sua capacità θ. Al termine si riporti il taglio minimo determinato dall'algoritmo e la sua capacità.



3) L'agenzia turistica Tour deve organizzare un viaggio, da Roma (r) a Torino (t), composto da esattamente k tappe intermedie. L'agenzia ha individuato un insieme N_1 di possibili località da visitare come prima tappa intermedia, un insieme N_2 di possibili località da visitare come seconda tappa intermedia, e così via fino a un insieme N_k di possibili località da visitare come ultima tappa intermedia prima di recarsi a Torino e terminare il viaggio. Definendo $N_0 = \{r\}$ e $N_{k+1} = \{t\}$, sia $G = (N, A)$ il grafo orientato a livelli che descrive la rete logistica pertinente per l'organizzazione del viaggio, tale che $N = \cup_{h=0}^{k+1} N_h$, mentre A contiene tutti e soli gli archi che connettono ciascun nodo in N a tutti i nodi del livello successivo, ossia $A = \{(i, j) : i \in N_h, j \in N_{h+1}, h = 0, \ldots, k\}$. Per ogni $(i, j) \in A$, è noto il costo c_{ij} per viaggiare da i a j (comprensivo del costo di pernottamento in j).

Per rendere più gradevoli le tratte del viaggio, ovvero ogni spostamento tra due tappe consecutive, Tour dispone di $m \geq k$ animatori. Per ogni tratta va selezionato un animatore, con il vincolo che ciascun animatore può essere impiegato lungo al più una tratta. Impiegare l'animatore p lungo la tratta (i, j) comporta per l'agenzia un costo c_{ij}^p, $p = 1, \ldots, m$, $(i, j) \in A$.

Si formuli in termini di *PLI* il problema di decidere quali tappe intermedie effettuare, ovvero quali tratte percorrere, e quale animatore selezionare per ogni tratta del viaggio, in modo da minimizzare il costo complessivo sostenuto dall'agenzia.