

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2023/24)

Nome: _____ Cognome: _____

1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 + 2x_2 \\
 & -x_1 - x_2 \leq 1 \\
 & -x_1 \leq 1 \\
 & -x_1 + x_2 \leq 5 \\
 & \quad x_2 \leq 4 \\
 & \quad -x_2 \leq 0
 \end{aligned}$$

per via algebrica, mediante l’algoritmo del Simpleso Primale, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l’eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base, l’indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l’indice entrante, giustificando le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di *PL*:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & x_1 + (1 - \alpha)x_2 - \alpha x_3 \\
 & x_1 + x_2 - x_3 \leq 5 \\
 & x_1 - x_2 + 2x_3 \leq 1 \\
 & 2x_1 + x_2 - x_3 \leq 4 \\
 & \quad x_2 - x_3 \leq 3 \\
 & \quad x_1 + x_3 \leq 6 \\
 & x_1 + x_2 \leq 2
 \end{aligned}$$

2.1) Si determinino i valori del parametro α per i quali $\hat{x} = (0, 0, 0)$ è una soluzione ottima del problema. **2.2)** Si determinino i valori del parametro α per i quali $\bar{x} = (1, 1, -1)$ è soluzione ottima. Giustificare le risposte.

3) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 2, sul grafo in figura, utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si riportino il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. **3.1)** L’albero dei cammini minimi individuato è unico? **3.2)** Se il costo dell’arco (3,5) fosse un parametro reale β , invece di valere 1 come in figura, per quali valori di β l’albero individuato sarebbe un albero dei cammini minimi di radice 2? Giustificare tutte le risposte.

