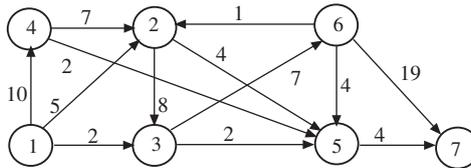


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2023/24)**Nome:****Cognome:****Matricola:**1) Si risolva il seguente problema di *PL*

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & -x_1 & + & x_2 & & \\
 & -x_1 & & & \leq & 0 \\
 & -x_1 & + & x_2 & \leq & -4 \\
 & -x_1 & + & 2x_2 & \leq & 1 \\
 & x_1 & & & \leq & 4 \\
 & & + & x_2 & \leq & 0
 \end{array}$$

per via algebrica, mediante l'algoritmo del Simpleso Duale, a partire dalla base $B = \{1, 3\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante k , il vettore η_B , il passo di spostamento θ e l'indice uscente h . In caso di ottimo finito, si individui l'insieme delle soluzioni ottime del problema duale. Giustificare tutte le risposte.

2) Si individui un flusso massimo dal nodo 1 al nodo 7, sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, $(1,2)$ è visitato prima di $(1,3)$). Per ogni iterazione tranne l'ultima si riporti il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. Come cambierebbe il valore del flusso massimo se, oltre al nodo 7, anche il nodo 6 fosse destinazione di flusso? Giustificare tutte le risposte.



3) Si risolva la seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{array}{rcllcl}
 \max & 2x_1 & +10x_2 & +10x_3 & +18x_4 & +18x_5 \\
 & 2x_1 & +4x_2 & +2x_3 & +6x_4 & +3x_5 & \leq & 7 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5 & \in & \{0,1\}
 \end{array}$$

mediante l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare una valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare una valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, e visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first (tra i figli di uno stesso nodo, si visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1). Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi inoltre se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.

Si consideri quindi la disuguaglianza $x_3 + x_4 \leq 1$. Si tratta di un piano di taglio per il problema dato? Giustificare tutte le risposte.