

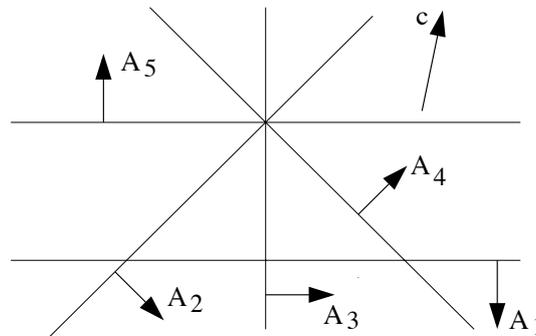
RICERCA OPERATIVA (a.a. 2023/24)

Nome:

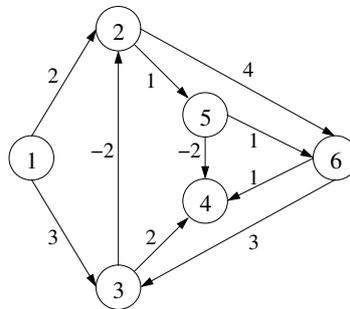
Cognome:

Matricola:

1) Si risolva geometricamente il problema di PL in figura per mezzo dell’algoritmo del Simpleso Primale, a partire dalla base $B = \{1, 2\}$. Per ogni iterazione si forniscano la base, la soluzione di base primale x e la direzione di spostamento ξ (riportandoli direttamente sulla figura), il segno delle variabili duali in base, e gli indici uscente ed entrante. Si discuta inoltre la degenerazione, sia primale che duale, delle basi visitate dall’algoritmo. Al termine, in caso di ottimo finito si discuta l’unicità della soluzione ottima primale e di quella duale. Giustificare tutte le risposte.



2) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1, sul grafo in figura, utilizzando l’algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si riportino il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l’insieme dei nodi candidati Q . In ogni iterazione si visitino gli archi in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l’albero dei cammini minimi individuato. **2.1)** L’albero dei cammini minimi di radice 1 è unico? **2.2)** Se il costo dell’arco (5,4) fosse un parametro reale β , invece di valere -2 come in figura, per quali valori di β l’albero individuato sarebbe un albero dei cammini minimi di radice 1? Giustificare tutte le risposte.



3) Si consideri una rete di comunicazione descritta da un grafo orientato $G = (N, A)$, relativa all’invio di dati sensibili. Il nodo sorgente s deve inviare v dati al nodo destinazione t lungo un cammino orientato di G . Per monitorare l’instradamento dei dati in transito, si stabilisce che il cammino da s a t selezionato per l’invio includa almeno due dispositivi di controllo. A tal fine, si individua un sottoinsieme di nodi D candidati per l’installazione di un dispositivo di controllo, che non contiene né s e né t .

Sapendo che a ogni collegamento (i, j) della rete è associata una capacità superiore u_{ij} e un costo di utilizzo c_{ij} , e che l’installazione di un dispositivo di controllo in un nodo $i \in D$ comporta un costo di installazione C_i , si formuli in termini di PLI il problema di decidere lungo quale cammino orientato della rete da s a t inviare i dati sensibili in modo da rispettare i vincoli di capacità relativi agli archi utilizzati per l’invio e il vincolo relativo al monitoraggio dei dati, minimizzando il costo totale, dato dalla somma dei costi di utilizzo degli archi e dei costi di installazione dei dispositivi.