

RICERCA OPERATIVA (a.a. 2023/24)

Nome:

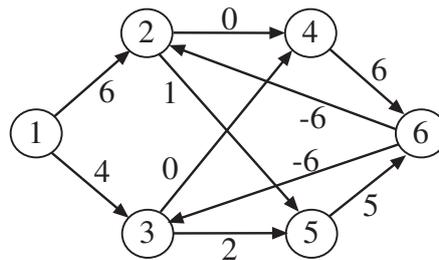
Cognome:

Matricola:

1) Si risolva il seguente problema di PL applicando l'algoritmo del Simpleso Duale, per via algebrica, a partire dalla base $B = \{1, 4\}$. Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'indice entrante, il vettore η_B , il passo di spostamento e l'indice uscente, giustificando le risposte. Al termine, in caso di ottimo finito, si individui l'insieme di tutte le soluzioni ottime duali, e si verifichi se $y = [0, 0, 0, 5, 4]$ sia una soluzione ottima duale alternativa a quella individuata dall'algoritmo. Giustificare le risposte.

$$\begin{array}{rcll}
 \max & x_1 & + & 4x_2 \\
 & & & x_2 \leq 4 \\
 & x_1 & - & 2x_2 \leq 4 \\
 & 2x_1 & + & x_2 \leq 4 \\
 & x_1 & & \leq 2 \\
 & -x_1 & + & x_2 \leq -2
 \end{array}$$

2) Si individui un albero dei cammini minimi di radice 1, sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo, e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si forniscano il nodo selezionato u , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati Q . Si esaminino gli archi di ogni stella uscente in ordine crescente dei rispettivi nodi testa. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato. *i)* La soluzione ottima ottenuta è unica? *ii)* Come cambierebbe l'esito di risoluzione se l'arco $(2, 4)$ costasse -2 ? Giustificare tutte le risposte.



3) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino

$$\begin{array}{rcll}
 \max & 6x_1 & +10x_2 & +6x_3 & +4x_4 & +2x_5 & +x_6 \\
 & 3x_1 & +4x_2 & +4x_3 & +3x_4 & +2x_5 & +2x_6 \leq 12 \\
 & x_1, & x_2, & x_3, & x_4, & x_5, & x_6 \in \{0, 1\}
 \end{array}$$

l'algoritmo Branch and Bound che utilizza il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, esegue il branching sulla variabile frazionaria, visita l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visita per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 0. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti) con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi inoltre se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché.

Quale sarebbe una soluzione ottima del problema nel caso in cui le variabili potessero assumere valore intero non negativo, invece di essere binarie? Giustificare tutte le risposte.