

## RICERCA OPERATIVA (a.a. 2024/25)

Nome:

Cognome:

1) Si risolva il seguente problema di  $PL$

$$\begin{array}{rcll} \max & 2x_1 & - & 8x_2 \\ & x_1 & - & x_2 \leq -2 \\ & x_1 & & \leq 4 \\ & & & x_2 \leq 6 \\ & -x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & -2x_1 & + & x_2 \leq -1 \end{array}$$

per via algebrica mediante l'algoritmo del Simplexso Primale, a partire dalla base  $B = \{2, 3\}$ . Per ogni iterazione si indichino: la base, la matrice di base e la sua inversa, la coppia di soluzioni di base, l'eventuale degenerazione primale e duale delle soluzioni di base, l'indice uscente, la direzione di crescita, il passo di spostamento, e l'indice entrante, giustificando le risposte. In caso di ottimo finito, si discuta se le soluzioni ottime individuate dall'algoritmo, sia quella primale che quella duale, siano uniche. Giustificare le risposte.

2) Si consideri il seguente problema di  $PL$ , in cui  $\alpha$  è un parametro reale:

$$\begin{array}{rcll} \max & (-2 - \alpha)x_1 & + & (-2 + 3\alpha)x_2 \\ & x_1 & + & x_2 \leq 4 \\ & x_1 & & \leq 2 \\ & & & x_2 \leq 0 \\ & x_1 & - & x_2 \leq 1 \\ & -x_1 & - & x_2 \leq -1. \end{array}$$

**2.1)** Si individui l'insieme di valori di  $\alpha$  per cui  $B = \{3, 5\}$  è una base ottima per il problema. **2.2)** Fissando  $\alpha = 0$ , si determini l'insieme delle soluzioni ottime per il duale del problema dato. Giustificare tutte le risposte.

**3)** Si individui un albero dei cammini minimi di radice 4 sul grafo in figura, utilizzando l'algoritmo più appropriato dal punto di vista della complessità computazionale in tempo e giustificando la scelta effettuata. Per ogni iterazione si riportino il nodo selezionato  $u$ , i vettori dei predecessori e delle etichette, e l'insieme dei nodi candidati  $Q$ , se utilizzato. Al termine si disegni l'albero dei cammini minimi individuato, discutendo la sua eventuale unicità.

