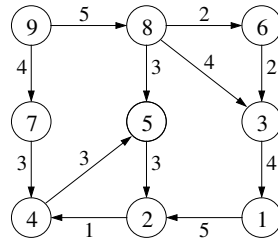


RICERCA OPERATIVA (a.a. 2024/25)

Nome: _____ Cognome: _____

1) Si individui un flusso massimo dal nodo 9 al nodo 2 sulla rete in figura, utilizzando l'algoritmo di Edmonds e Karp. Nella visita degli archi di una stella uscente si utilizzi l'ordinamento crescente dei rispettivi nodi testa (ad esempio, (1,2) è visitato prima di (1,3)). Per ogni iterazione tranne l'ultima si riportino l'albero della visita, il cammino aumentante individuato con la relativa capacità, e il flusso ottenuto con il relativo valore. Al termine si indichi il taglio di capacità minima restituito dall'algoritmo, specificando l'insieme dei nodi N_s , l'insieme dei nodi N_t e la capacità del taglio. Come cambierebbe la capacità del taglio minimo se l'arco (1,2) avesse capacità 4 invece di 5? Giustificare tutte le risposte.



2) Si consideri il seguente modello matematico:

$$\begin{aligned} \min \quad & \max\{x_1 - x_2 + 2x_3, -x_1 + x_2 + x_3\} \\ & x_1, x_2 \in \{0, 1\} \\ & x_3 \in \{0, 3, 5, 11\} \\ & x_1 = 1 \text{ or } x_2 = 1 \implies x_3 = 11 \end{aligned}$$

Utilizzando le tecniche di modellazione apprese durante il corso, lo si formuli come un problema di Programmazione Lineare Intera (PLI). Giustificare le risposte.

3) Si applichi alla seguente istanza del problema dello zaino binario

$$\begin{aligned} \max \quad & 16x_1 + 10x_2 + 10x_3 + 6x_4 + 2x_5 \\ & 4x_1 + 3x_2 + 4x_3 + 3x_4 + 2x_5 \leq 13 \\ & x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 \in \{0, 1\} \end{aligned}$$

l'algoritmo Branch and Bound, utilizzando il rilassamento continuo per determinare la valutazione superiore, l'euristica Greedy CUD per determinare la valutazione inferiore, eseguendo il branching sulla variabile frazionaria della soluzione ottima del rilassamento continuo, visitando l'albero di enumerazione in modo breadth-first e, tra i figli di uno stesso nodo, visitando per primo quello in cui la variabile frazionaria è fissata a 1. Per ogni nodo dell'albero si riportino le soluzioni ottenute dal rilassamento e dall'euristica (se vengono eseguiti), con le corrispondenti valutazioni superiore e inferiore. Si indichi poi se viene effettuato il branching, e come, o se il nodo viene chiuso e perché. Si eseguano solo le prime tre iterazioni dell'algoritmo, inclusa quella corrispondente al nodo radice, specificando il costo della migliore soluzione ottenuta quando l'algoritmo viene interrotto.

Si consideri quindi la disuguaglianza $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 3$. Si tratta di un piano di taglio per il problema dato? Giustificare tutte le risposte.