

# Corso di Percezione Robotica (PRo)



## Modulo B. Fondamenti di Robotica

---

### **Fondamenti di meccanica e cinematica dei robot**

Cecilia Laschi  
cecilia.laschi@sssup.it



# Modulo B. Fondamenti di Robotica

---

- Fondamenti di meccanica e cinematica dei robot
  - introduzione alla meccanica dei robot
  - definizione di spazio dei giunti e spazio cartesiano
  - problemi di cinematica diretta ed inversa
  - rappresentazione di Denavit-Hartenberg

*Riferimenti:*

*Fu, Gonzalez, Lee, "Robotica", McGraw-Hill:  
Capp. 1-2, pp. 19-82*



# Definizione di robot

---

- Dal vocabolario Webster:  
"Dispositivo automatico che esegue funzioni normalmente svolte dagli esseri umani"
- Dal Robot Institute of America:  
**"Manipolatore multifunzionale riprogrammabile** progettato per spostare materiali, parti, utensili o altri dispositivi, per mezzo di movimenti variabili programmati per l'esecuzione di un dato numero di compiti"
- Definizione tradizionale: robot come "manipolatore" o "braccio" robotico



# Manipolatore industriale

---

- Catena cinematica aperta
- Sequenza di segmenti rigidi, o **link**, connessi da **giunti** rotatori o di traslazione (catena cinematica) attuati da un **motore**
- Una estremità della serie è connessa ad una base di appoggio, l'altra parte è libera e dotata di un utensile detto **effettore finale** (end effector)

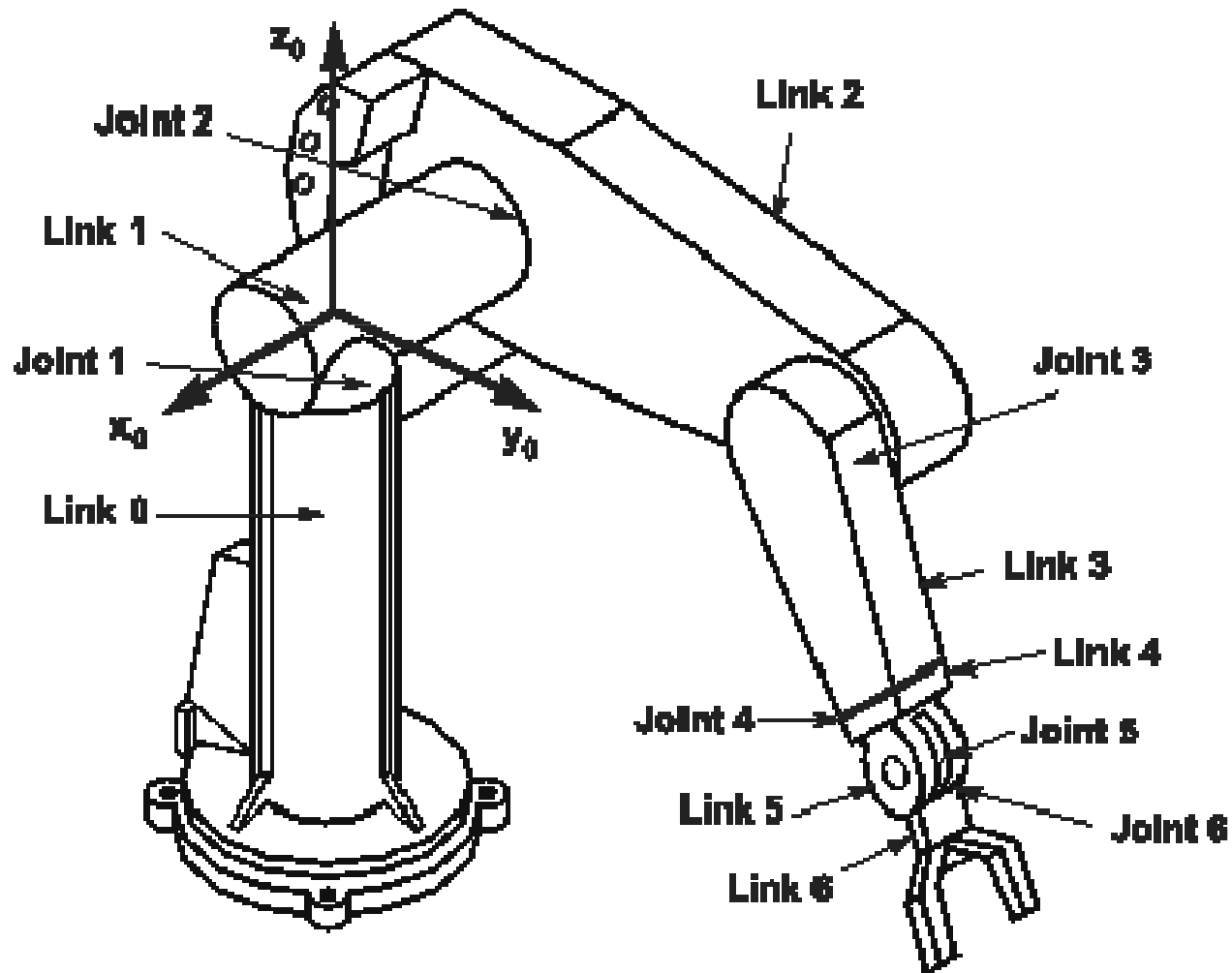


# Manipolatore industriale

---

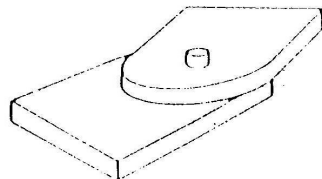
- **Giunto** = insieme di due superfici che slittano l'una sull'altra rimanendo a contatto
- Coppia **giunto-link** = grado di libertà del robot (d.o.f. - degree of freedom)
- **Link 0** = base di appoggio del robot e origine del sistema di coordinate di riferimento per il moto

# Manipolatore industriale

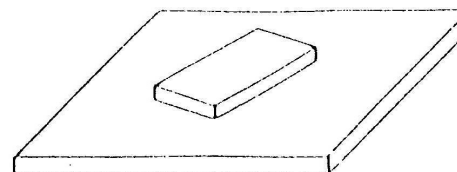


# Tipi di giunti

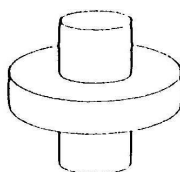
Rotatorio



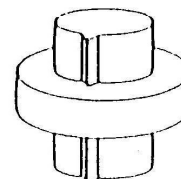
Planare



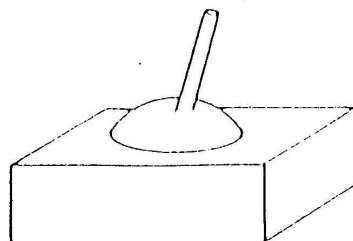
Cilindrico



Prismatico



Sferico



Elicoidale

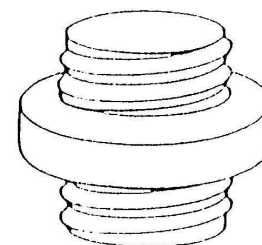


Figura 2.9 I giunti di prima specie.



# Manipolatore industriale

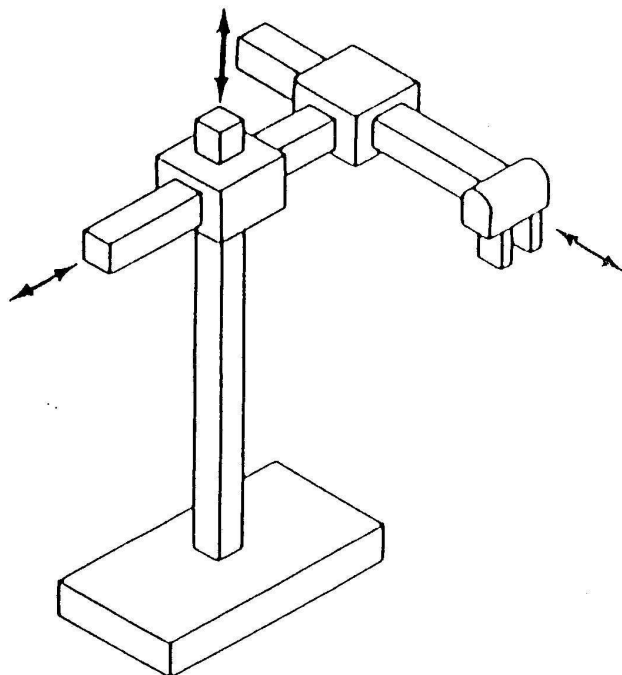
---

Categorie fondamentali:

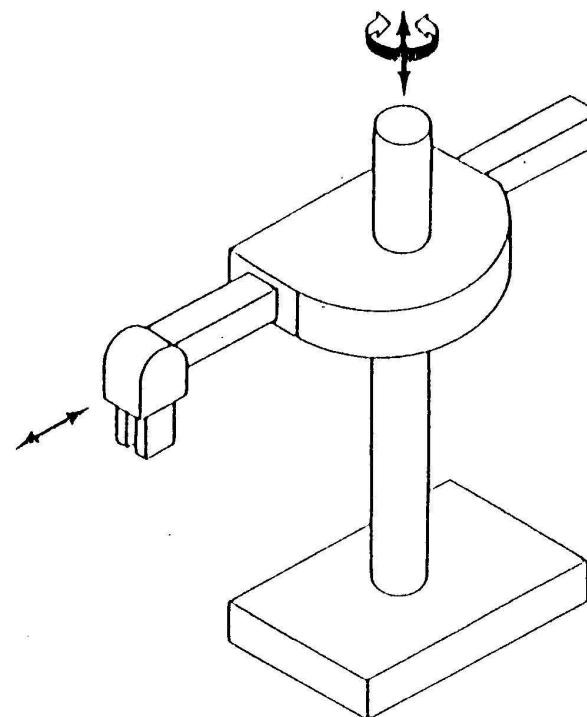
- Cartesiano (tre giunti prismatici)
- Cilindrico (due giunti prismatici e uno rotoidale)
- Sferico (un giunto prismatico e due rotoidali)
- **Rotazionale** (tre o più giunti rotoidali)



# Cartesiano (tre giunti prismatici)

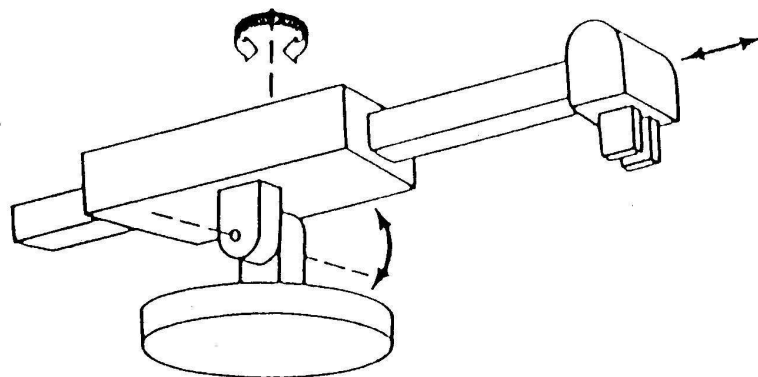


Cartesiano, o  $xyz$

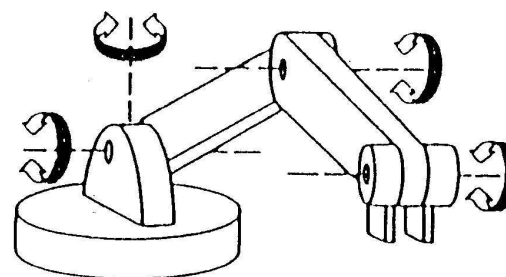


Cilindrico

Cilindrico (due giunti prismatici e uno rotoidale)



Sferico (un giunto prismatico e due rotoidali)



Rotazionale

Rotazionale (tre o più giunti rotoidali)



## Posizione di un manipolatore industriale *nello spazio dei giunti*

---

- **Posizione angolare di ogni giunto:**

vettore  $q$

ha dimensione  $N \times 1$  ed è espresso in gradi

$N$  = numero di gradi di libertà del robot



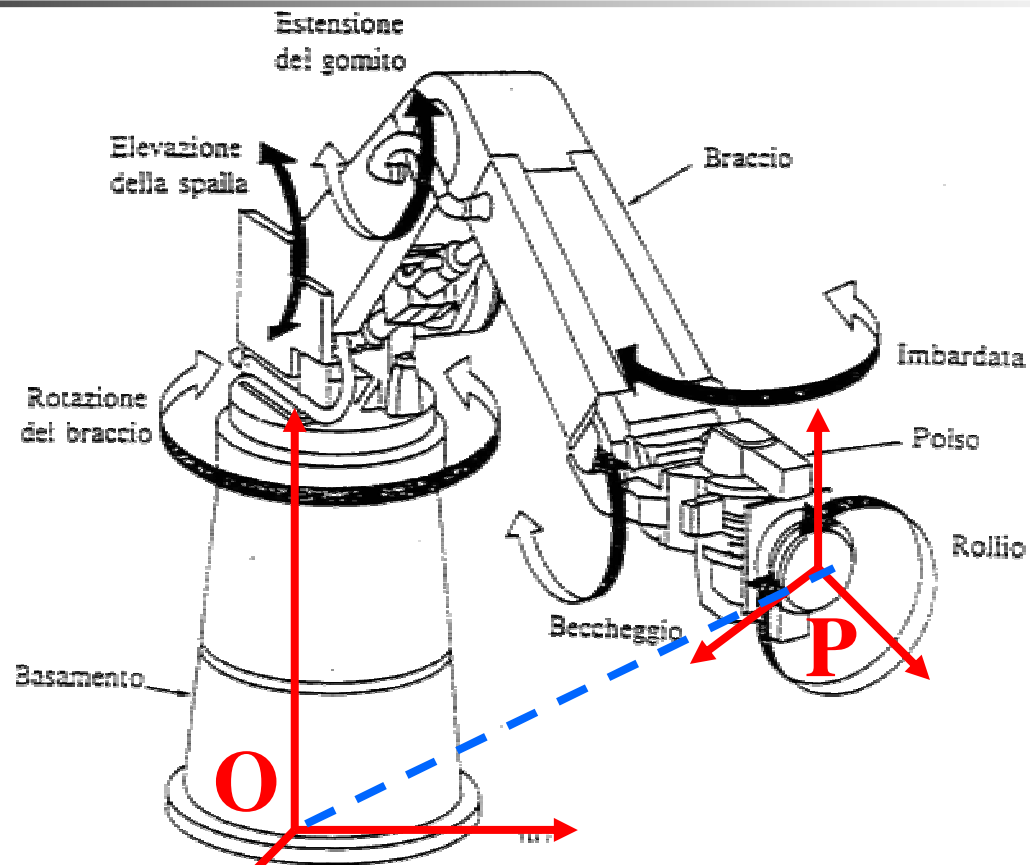
## Posizione di un manipolatore industriale *nello spazio Cartesiano o operativo*

---

- **Posizione dell'end effector:** posizione dell'utensile nello spazio di lavoro rispetto ad un sistema di coordinate cartesiane fissate sulla base del braccio
- **Orientamento dell'end effector :** orientamento dell'utensile nello spazio di lavoro definito dagli angoli di roll, pitch, yaw e (rollio, beccheggio, imbardata)

Numero di gradi di libertà (N) > 6 = robot ridondante

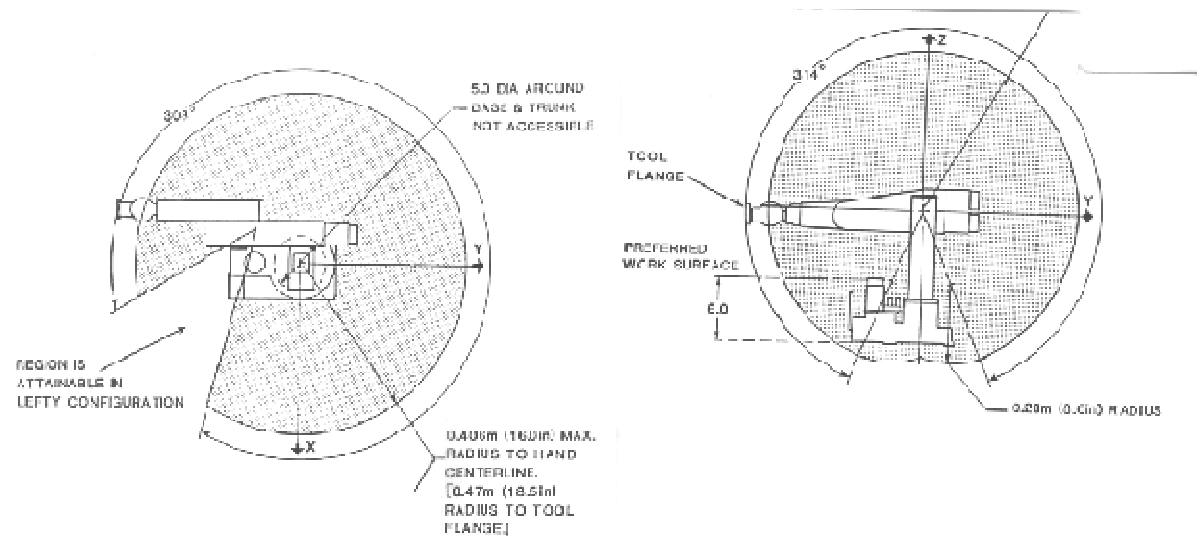
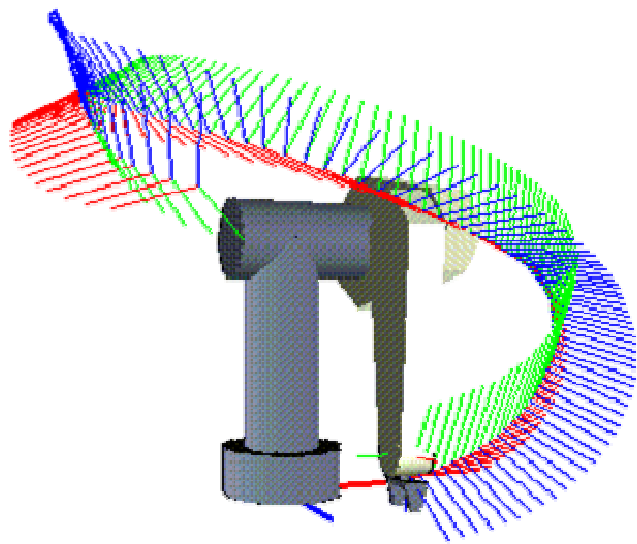
# Manipolatore industriale



$\mathbf{x} = (p, \Phi) = (x, y, z, \text{roll}, \text{pitch}, \text{yaw})$   
Es.  $(0.7\text{m}, 0.1\text{m}, 0.5\text{m}, 10^\circ, -45^\circ, 5^\circ)$

# Spazio di lavoro

- **Spazio di lavoro del robot** = regione descritta dall'origine della terna utensile quando ai giunti del manipolatore si fanno eseguire tutti i movimenti possibili





# Spazio di lavoro

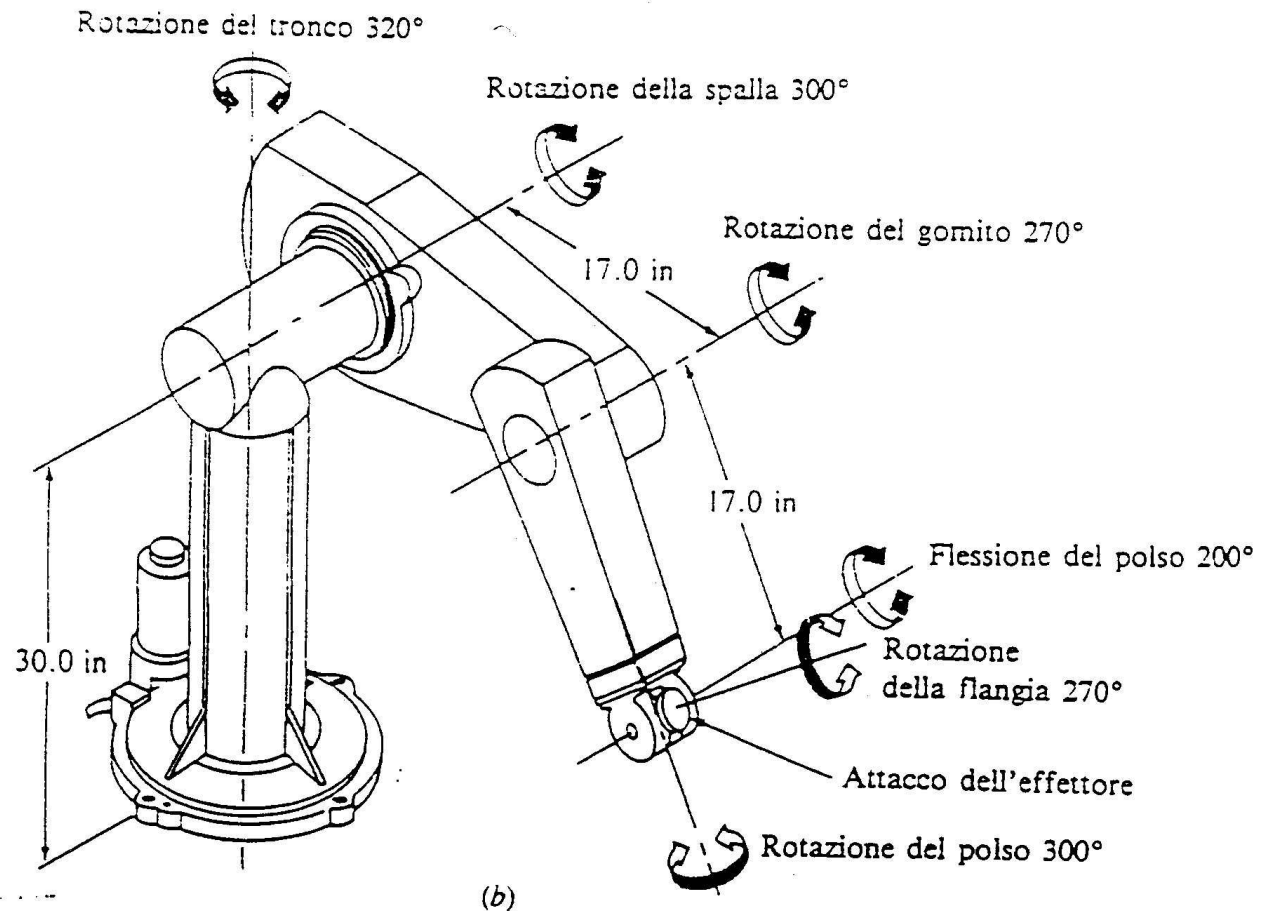
---

- **Spazio di lavoro raggiungibile** = regione dello spazio che l'origine della terna utensile può raggiungere con almeno un orientamento.
- **Spazio di lavoro destro** (o spazio di destrezza) = regione dello spazio che l'origine della terna utensile può raggiungere con più di un orientamento.

# Spazio di lavoro

Dipende

- dalla lunghezza di ciascun link
- dal range di variazione di ciascun giunto



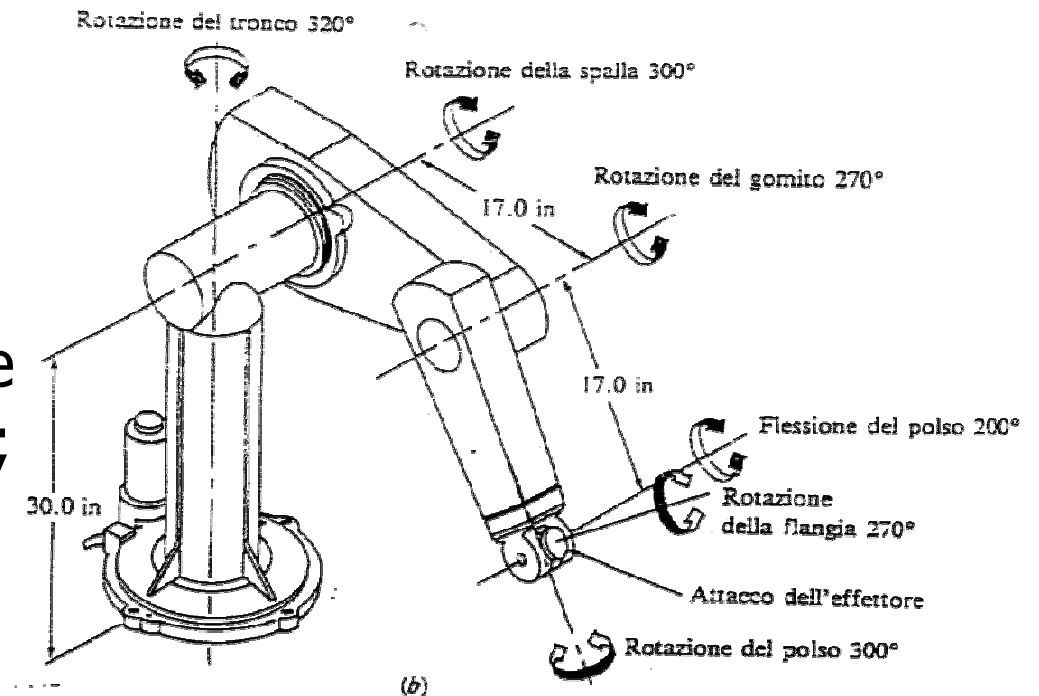
# Manipolatore industriale

Sottogruppi principali =  
struttura portante + polso

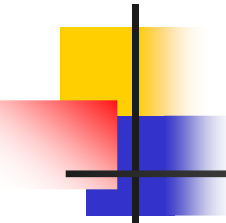
Tipicamente:

La struttura portante regola la  
posizione dell'organo terminale  
al livello del pezzo da lavorare;

Il polso regola l'orientamento  
dell'utensile per consentire la  
presa del pezzo.







# Manipolatore industriale: problemi cinematici fondamentali

---

- Calcolo della posizione dell'utensile nello spazio di lavoro: **cinematica diretta**
- Calcolo della posizione dei giunti per ottenere una data posizione dell'utensile nello spazio di lavoro: **cinematica inversa**
- Formulazione delle equazioni di moto del braccio (dinamica del manipolatore)
- Pianificazione delle traiettoria del manipolatore e **controllo del moto**



# Cinematica del braccio robotico

---

- Studio analitico della geometria del moto del braccio rispetto ad un sistema di riferimento cartesiano fisso senza considerare le forze e i momenti che ne generano il moto (attuazione, inerzia, attrito, gravità, ecc).
- Descrizione analitica delle relazioni tra le posizioni dei giunti e la posizione e l'orientamento dell'effettore del braccio del robot.



# Spazio dei giunti e spazio operativo

---

- Lo **spazio dei giunti** (o spazio delle configurazioni) è lo spazio in cui è definito il vettore  $q$  delle variabili di giunto. La sua dimensione è indicata con  $N$ .
- Lo **spazio operativo** (o spazio Cartesiano) è lo spazio in cui è definito il vettore  $x = (p, \Phi)^T$ . La sua dimensione è indicata con  $M$ .
- $q$  è il vettore delle variabili di giunto, ha dimensione  $N \times 1$  ed è espresso in gradi
- $p$  è il vettore delle coordinate cartesiane della posizione dell'organo terminale. In generale ha dimensione  $3 \times 1$  (coordinate  $x, y, z$ ).
- $\Phi$  è il vettore rappresentante l'orientamento dell'organo terminale. In generale ha dimensione  $3 \times 1$ .



# Ridondanza cinematica

---

**Numero di gradi di libertà maggiore del numero di variabili necessarie alla caratterizzazione di un determinato compito**  $\Leftrightarrow$  la dimensione dello spazio operativo è minore della dimensione dello spazio dei giunti

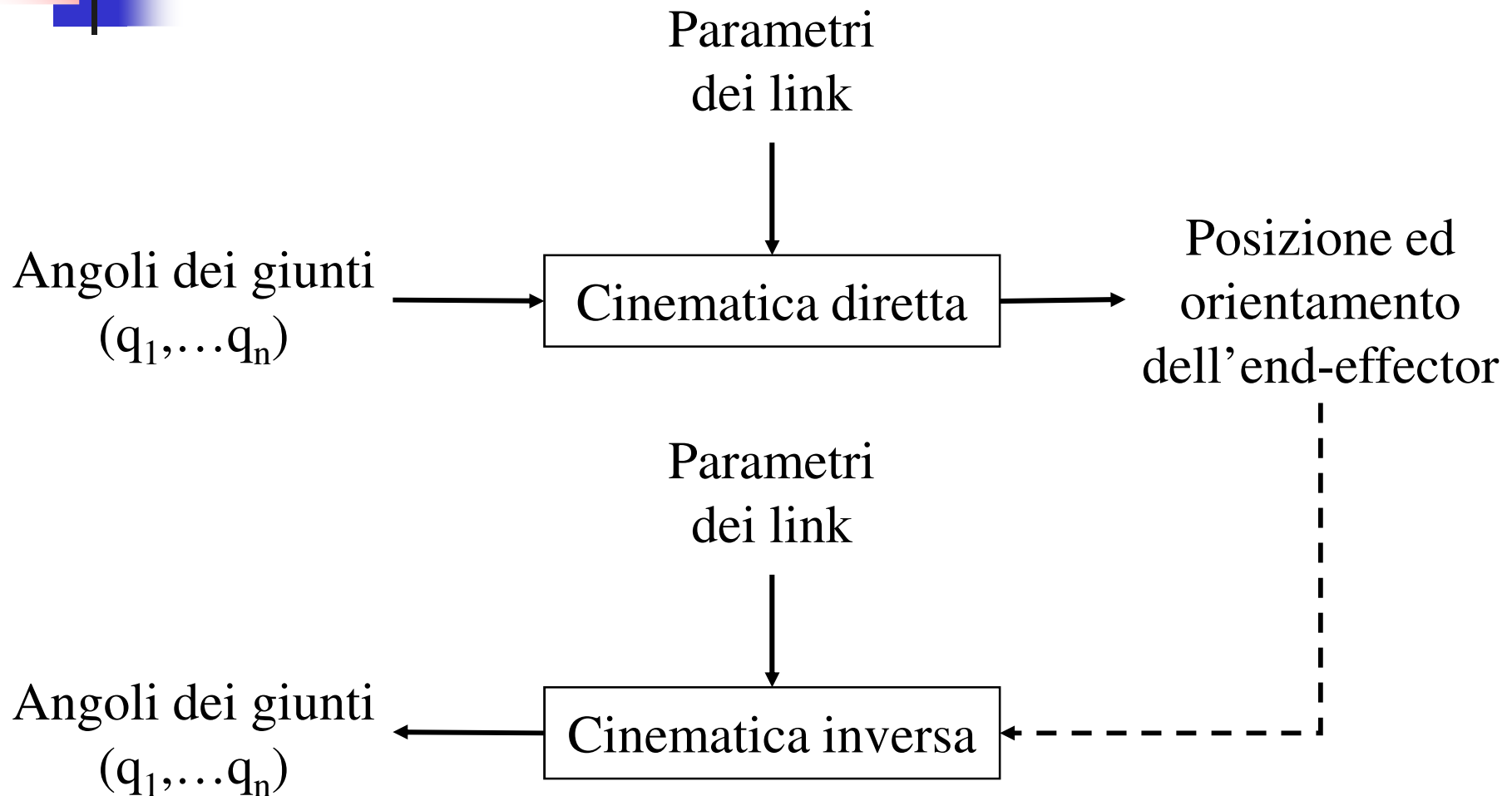
Il numero di gradi di ridondanza è pari a  $R=N-M$

Vantaggi: soluzioni multiple ottimizzabili

Svantaggi: complessità di calcolo e controllo



# Cinematica diretta e inversa





# Problema della Cinematica diretta

---

- Per un determinato manipolatore, dato il vettore degli angoli dei giunti  $q$  e i parametri geometrici dei link, determinare la posizione e l'orientamento dell'effettore rispetto ad un sistema di coordinate di riferimento fissato
- Determinare la funzione vettoriale non lineare

$$\mathbf{x} = K(q) \quad x \text{ incognita, } q \text{ noto}$$

$$\text{Es. PUMA } (x, y, z, \text{ roll, pitch, yaw}) = K(q_1, \dots, q_6)$$



# Problema della Cinematica inversa

---

Il problema cinematico inverso riguarda la determinazione delle variabili di giunto una volta assegnati posizione e orientamento dell'organo terminale.

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{q} \text{ incognita, } \mathbf{x} \text{ noto}$$

$$\text{Es. PUMA } (q_1, \dots, q_6) = \mathbf{k}^{-1}(x, y, z, \text{roll}, \text{pitch}, \text{yaw})$$



# Richiami di algebra lineare

---

Matrici per effettuare traslazioni e rotazioni tra sistemi di riferimento





# Matrici di rotazione e descrizione dell'orientamento

---

**Matrice di rotazione:** matrice di trasformazione operante su un vettore posizione in uno spazio tridimensionale euclideo.

La matrice di rotazione trasforma le coordinate del vettore espresse in un sistema di riferimento rotazionale OUVW nelle coordinate espresse in un sistema di riferimento OXYZ.

OXYZ è il sistema di riferimento fisso nello spazio tridimensionale.

OUVW è il sistema di coordinate solidale con il corpo rigido e si muove con esso.

# Matrici di rotazione

$$p_{xyz} = R p_{uvw}$$

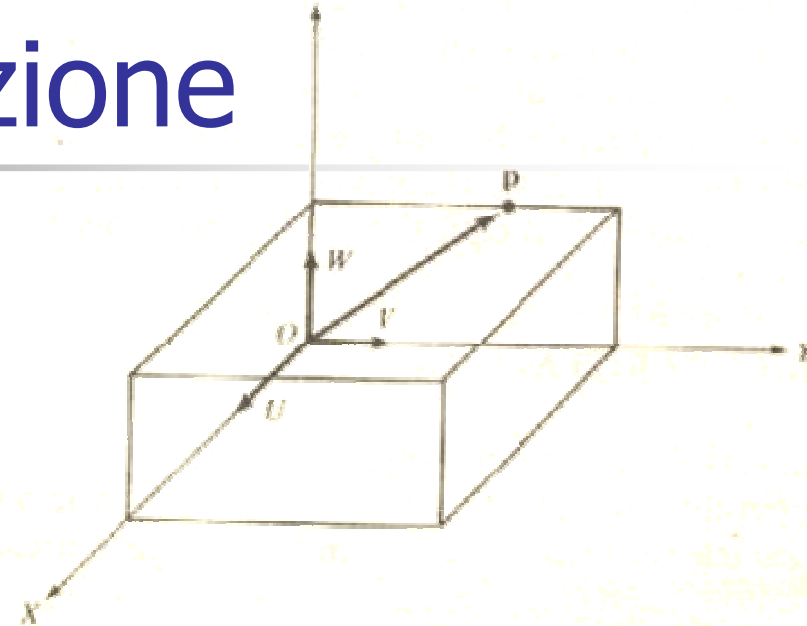


Figura 2.2 Sistemi di coordinate di riferimento e solidali al corpo.

è la relazione che converte le coordinate del vettore  $p_{uvw}$  espresse nel sistema OUVW nelle coordinate del vettore  $p_{xyz}$  espresse nel sistema di riferimento OXYZ.

**R** è la matrice di rotazione 3x3 tra le due terne OUVW e OXYZ

# Matrici di rotazione fondamentali

Rotazione intorno all'asse X

$$R_{x, \alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha \end{bmatrix}$$

Rotazione intorno all'asse Y

$$R_{y, \phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi \end{bmatrix}$$

Rotazione intorno all'asse Z

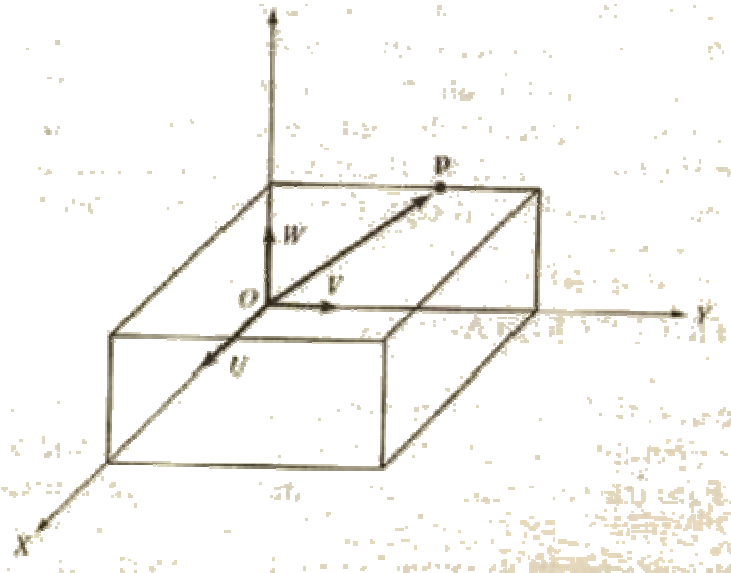
$$R_{z, \theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Matrici di rotazione composte

- Le matrici di rotazione fondamentali possono essere moltiplicate tra loro per rappresentare una sequenza di rotazioni finite intorno agli assi principali del sistema di riferimento:

$$R = R_{x, \alpha} R_{y, \phi} R_{z, \theta}$$

$$p_{xyz} = R p_{uvw}$$



- NB: la moltiplicazione tra matrici non è commutativa



# Coordinate omogenee

---

Rappresentazione di un vettore posizione di N componenti con un vettore di (N+1) componenti

$$P = (p_x, p_y, p_z)^T \quad P^{\wedge} = (wp_x, wp_y, wp_z, w)^T$$

w = fattore di scala

In robotica  $w = 1$ .

Rappresentazione unica delle componenti di traslazione, rotazione, prospettive e di scala.



# Matrici di rotazione omogenee

Rotazione intorno all'asse X

$$\mathbf{R}_{x, \alpha} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ 0 & \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Rotazione intorno all'asse Y

$$\mathbf{R}_{y, \phi} = \begin{bmatrix} \cos \phi & 0 & \sin \phi & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin \phi & 0 & \cos \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

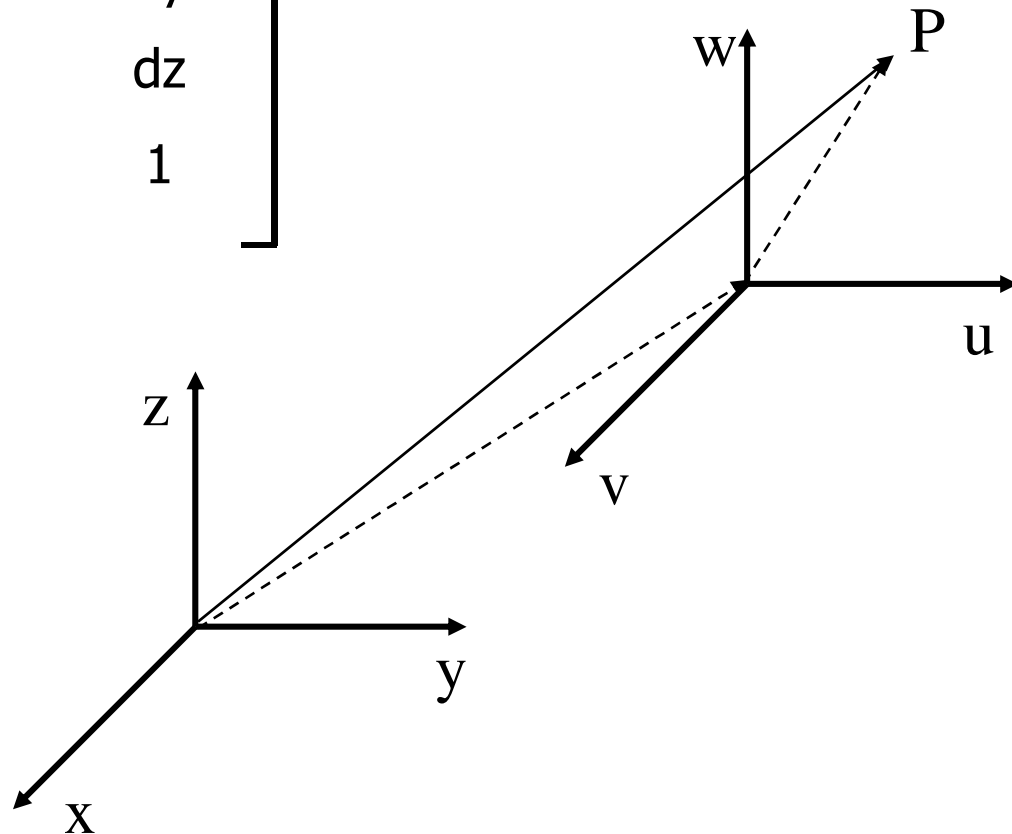
Rotazione intorno all'asse Z

$$\mathbf{R}_{z, \theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

# Matrice di traslazione omogenea fondamentale

$$T_{\text{tran}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & dx \\ 0 & 1 & 0 & dy \\ 0 & 0 & 1 & dz \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

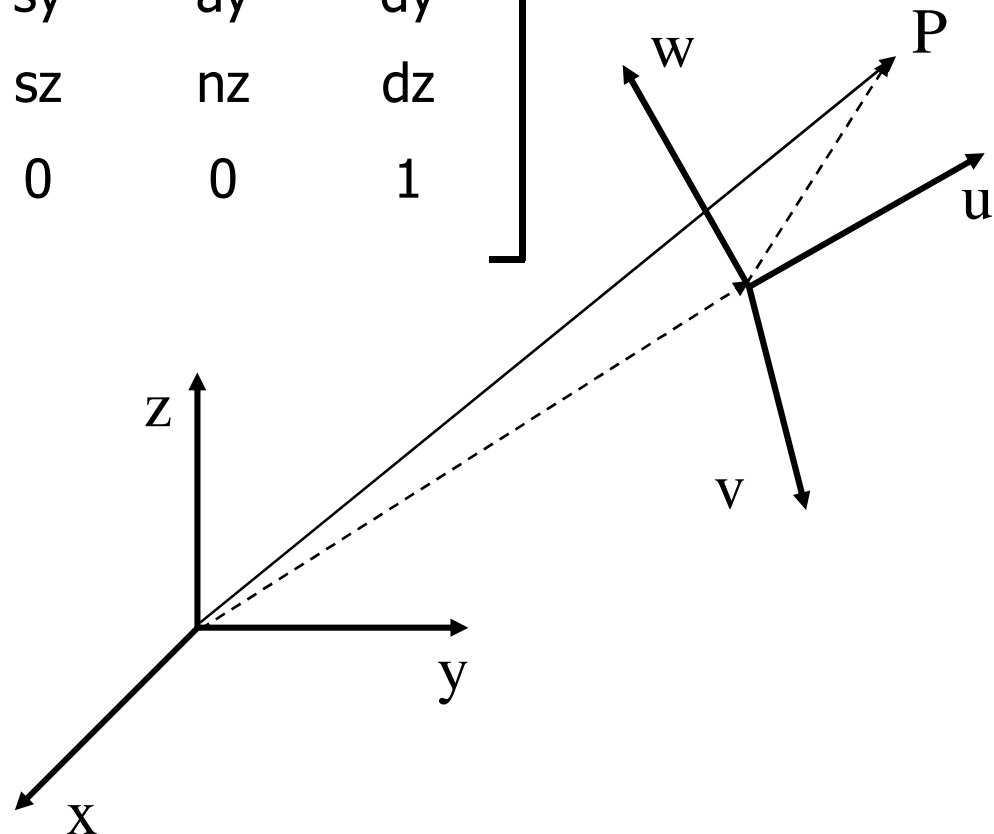
$$P_{\text{xyz}} = T_{\text{tran}} P_{\text{vuw}}$$



# Matrice di trasformazione omogenea: rotazione e traslazione

$$T = \begin{bmatrix} R_{3 \times 3} & p_{3 \times 1} \\ f_{1 \times 3} & 1_{1 \times 1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & d_x \\ n_y & s_y & a_y & d_y \\ n_z & s_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$p_{xyz} = T p_{vuw}$$



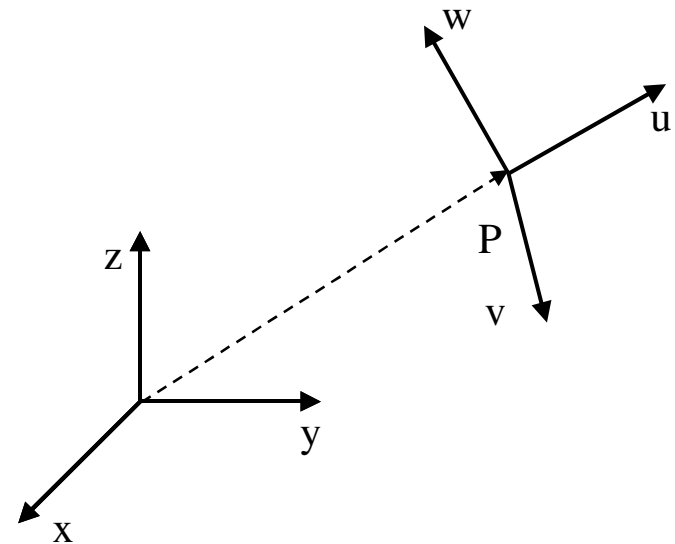


# Interpretazione geometrica delle matrici di trasformazione

$$T = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & d_x \\ n_y & s_y & a_y & d_y \\ n_z & s_z & a_z & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{s} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\mathbf{p}$  = Origine di OUVW rispetto a OXYZ

$n, s, a$  rappresentano l'orientamento della terna OUVW rispetto a OXYZ





# Matrici di trasformazione omogenee composte

---

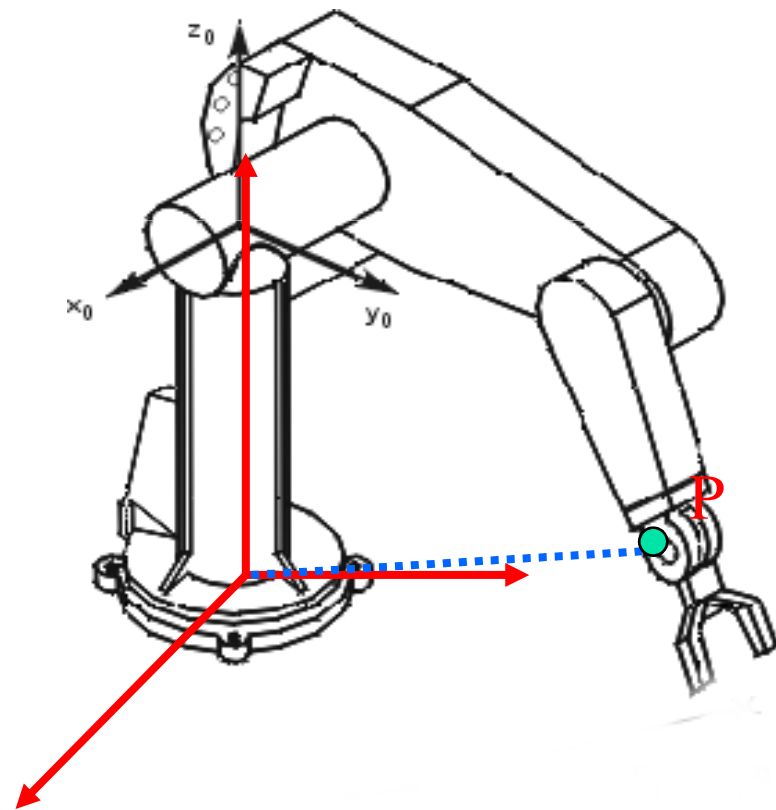
Le matrici omogenee di rotazione e traslazione possono essere moltiplicate tra loro per ottenere una matrice composta (T)

$$T = T^0_1 T^1_2 \dots T^{n-1}_n$$

$$p^0 = T^0_1 T^1_2 \dots T^{n-1}_n p^n = T p^n$$

# Cinematica Diretta: Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

- Metodo matriciale per descrivere le relazioni di traslazione e rotazione tra link adiacenti
- La rappresentazione di D-H consiste in una matrice di trasformazione omogenea 4x4 che rappresenta ogni sistema di coordinate dei link rispetto ai giunti con riferimento al link precedente
- Attraverso trasformazioni sequenziali, la posizione dell'effettore finale può essere espressa nelle coordinate della base



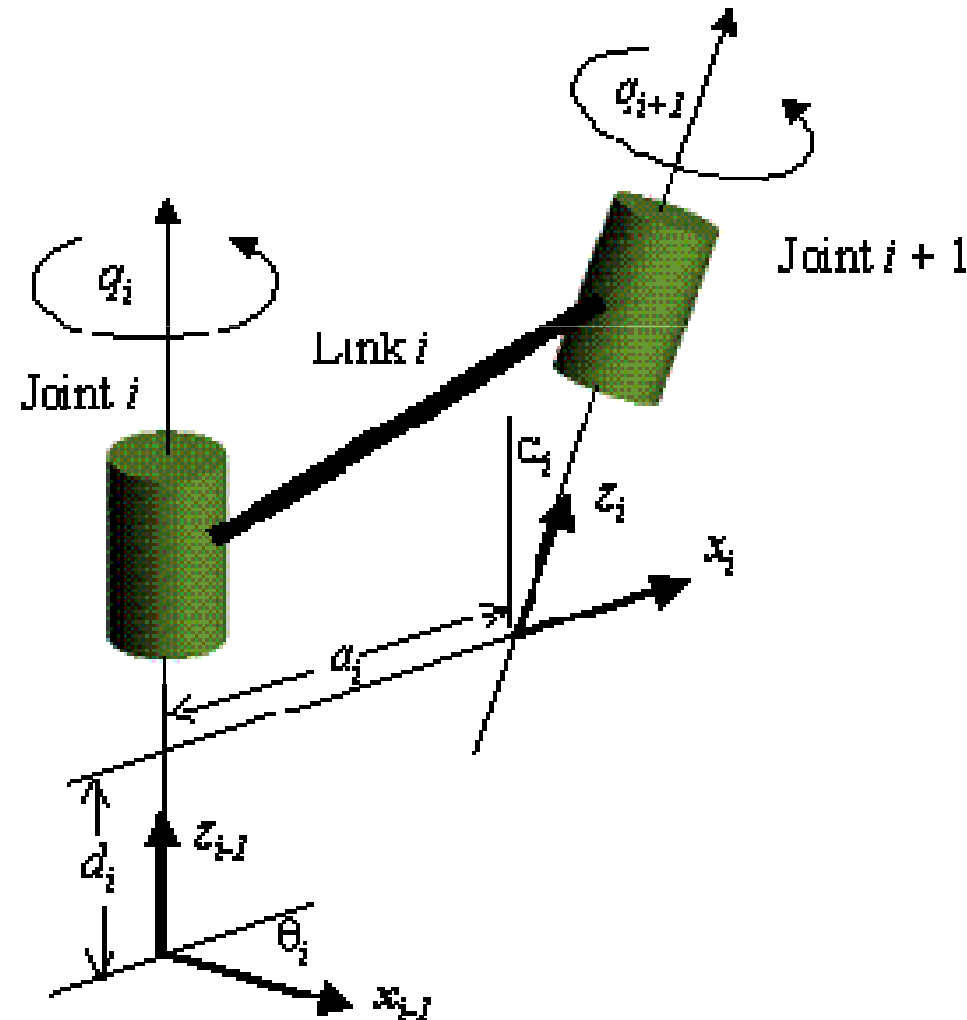


# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri

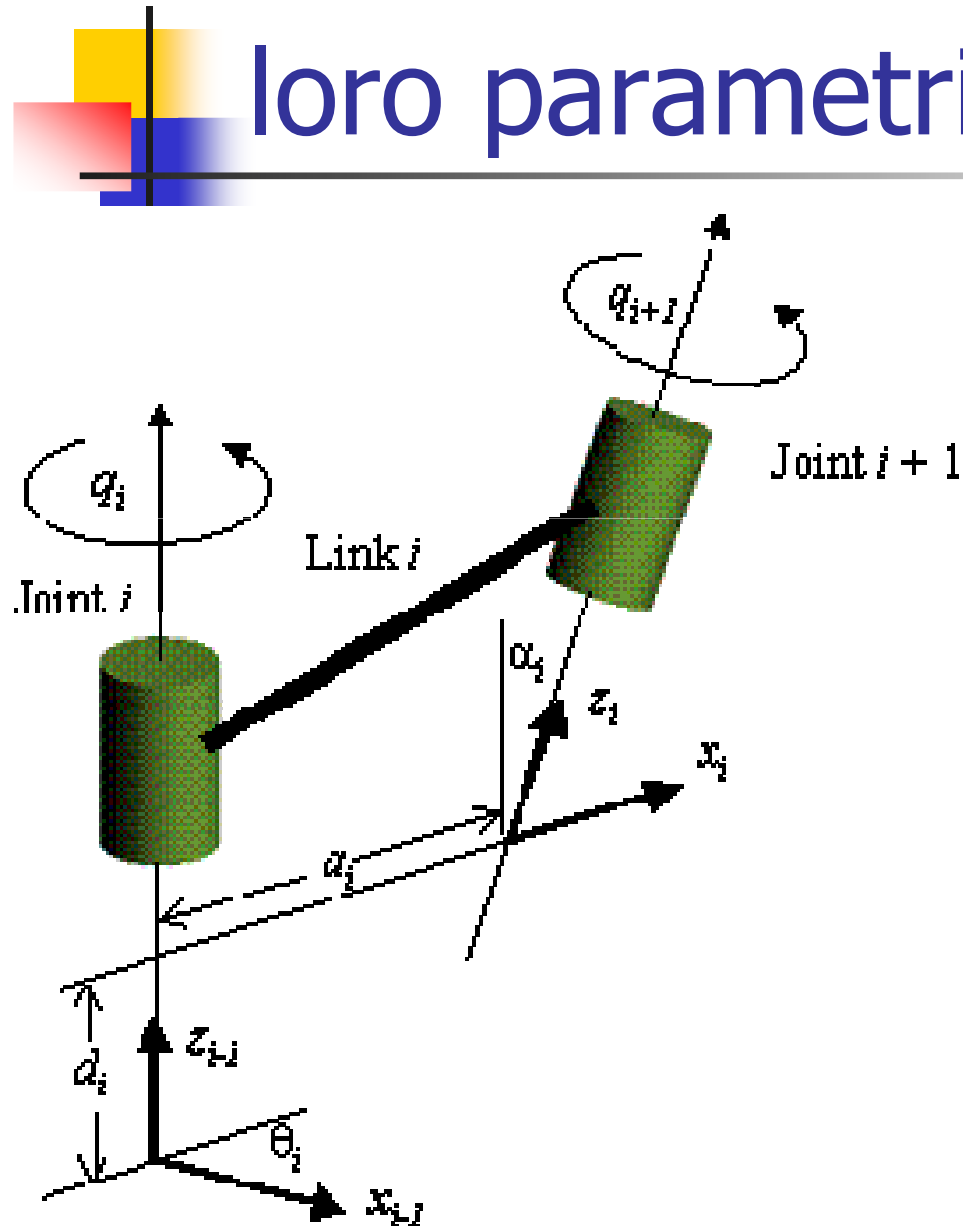
---

- A ciascun link di un manipolatore sono associati quattro parametri: due determinano la posizione relativa dei link adiacenti (parametri di giunto) e due la struttura del link.
- Le matrici di trasformazione omogenea dipendono da questi parametri, di cui solo uno è una incognita

# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri

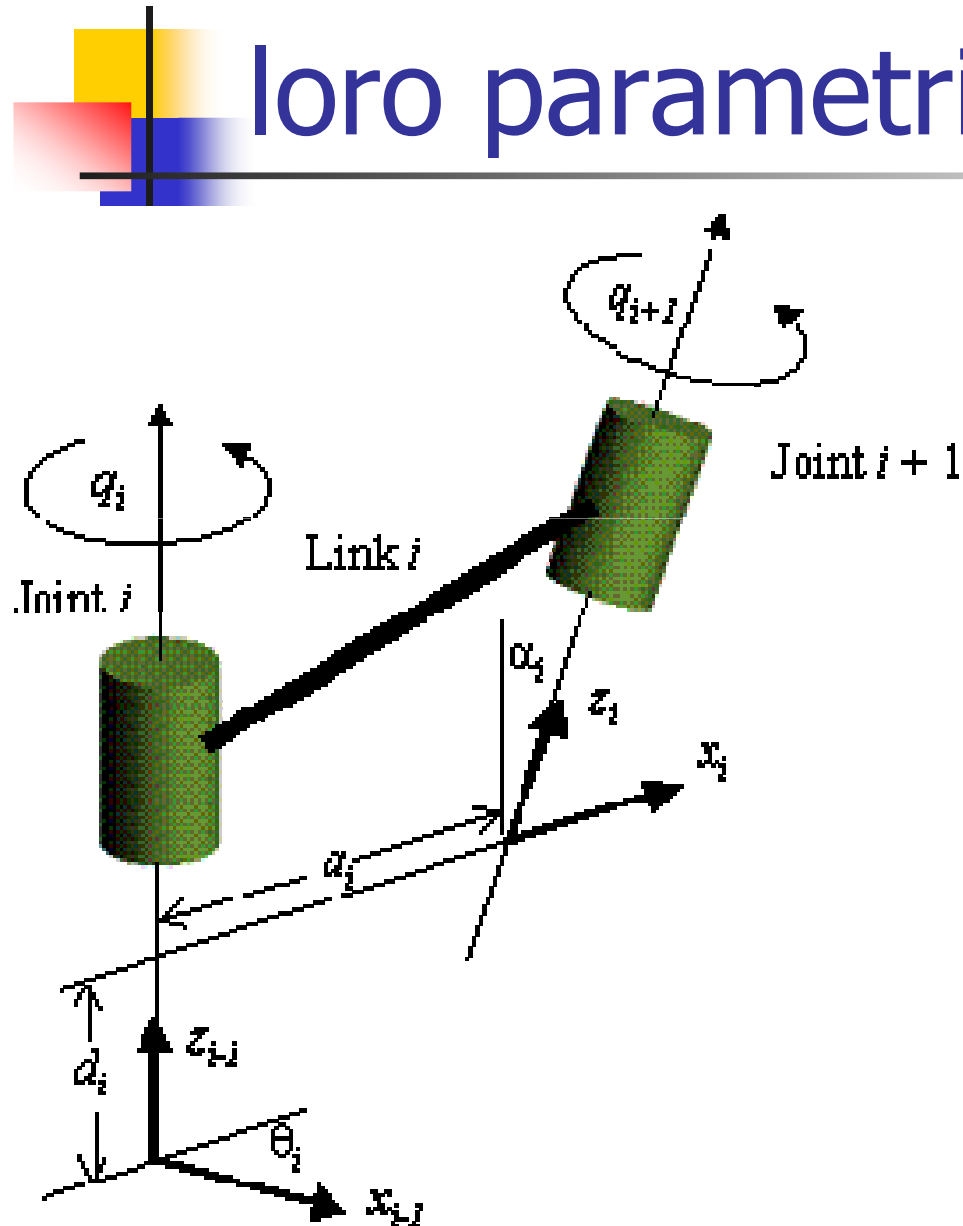


# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri



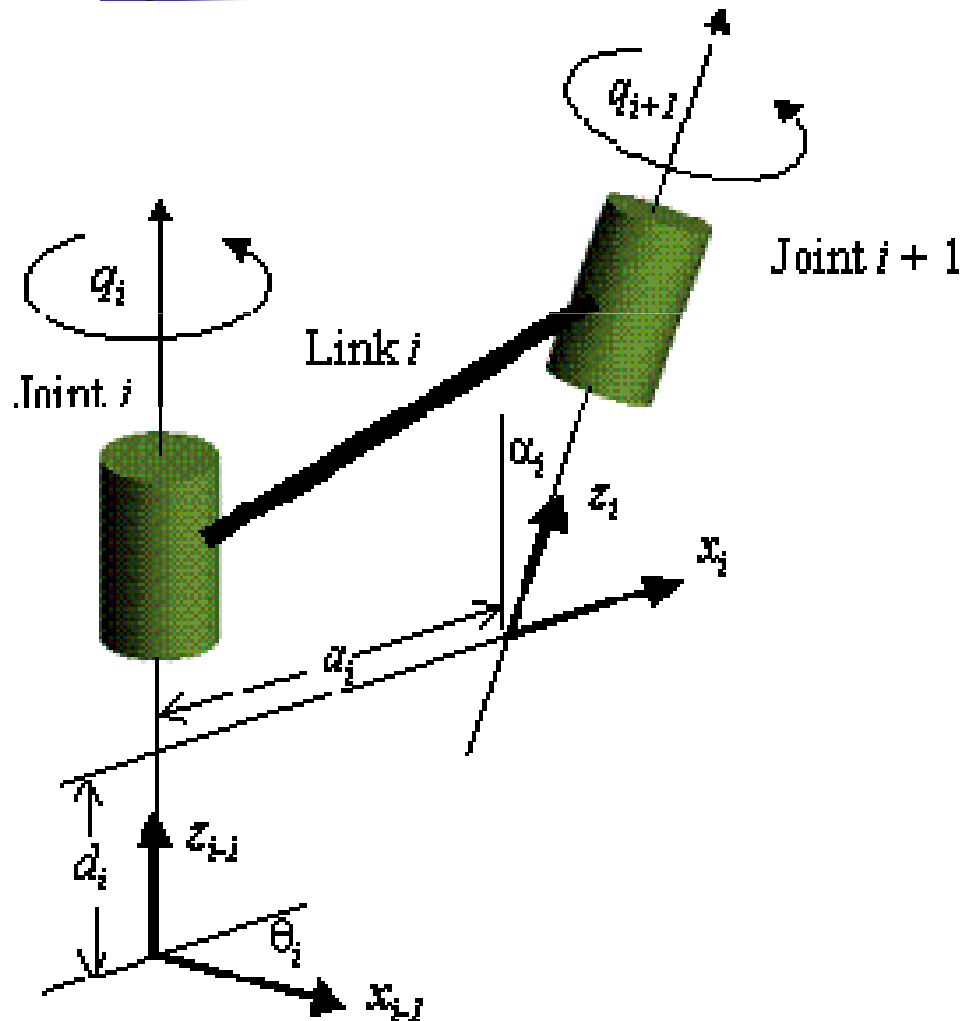
- L'asse di rotazione del giunto è definito alla connessione dei due link che esso unisce.
- Per ogni asse sono definite due rette normali, una per ogni link.
- A ciascun link di un manipolatore sono associati quattro parametri: due determinano la posizione relativa dei link adiacenti (parametri di giunto) e due la struttura del link.

# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri



- La posizione relativa del link  $i$ -esimo rispetto al link  $(i-1)$ -esimo può essere definita misurando la distanza e l'angolo tra i due link adiacenti
- $d_i$  = distanza fra le rette normali misurata lungo l'asse del giunto  $i$ -esimo
- $\theta_i$  = angolo compreso tra le due normali misurato su un piano normale all'asse stesso.

# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri



- Dal punto di vista cinematico, un link mantiene una configurazione fissa tra due giunti (struttura del link).
- La struttura del link  $i$  può essere caratterizzata mediante la lunghezza e l'angolo di rotazione del link  $i$ .
- $a_i$  = distanza minima misurata lungo la normale comune tra gli assi dei giunti
- $\alpha_i$  = angolo compreso tra gli assi dei giunti su un piano normale ad  $a_i$





# Sistemi di coordinate dei link e loro parametri

---

Riassumendo, i parametri  $a_i$ ,  $\alpha_i$ ,  $d_i$  e  $\theta_i$  costituiscono un insieme sufficiente a determinare completamente la configurazione cinematica di ciascun anello della catena cinematica articolata del braccio.

Denavit e Hartenberg hanno proposto un metodo matriciale per stabilire sistematicamente un sistema di coordinate per ogni link della catena articolata.



# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

*Algoritmo di rappresentazione dei sistemi di coordinate ortonormali coerenti per un robot, che facilita lo sviluppo del procedimento logico per la soluzione dei giunti (matrice del braccio).*

Dato un robot ad  $N$  gradi di libertà si assegna un sistema di coordinate ortonormali a ogni link.

L'assegnamento inizia dalla base del supporto e procede fino all'effettore per un totale di  $N+1$  sistemi di riferimento

Le relazioni tra link adiacenti sono espresse mediante matrici di trasformazione omogenee  $4 \times 4$ .



# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

Matrice di trasformazione omogenea 4X4 che rappresenta ogni sistema di coordinate dei link rispetto ai giunti con riferimento al link precedente.

Per un braccio a 6 gradi di libertà = 7 sistemi di coordinate  
asse  $z_{i-1}$  = asse di movimento del giunto  $i$   
asse  $z_i$  = asse di movimento del giunto  $i+1$   
asse  $x_i$  = normale all'asse  $z_{i-1}$  e all'asse  $z_i$   
asse  $y_i$  = completa la regola della mano destra

Attraverso trasformazioni sequenziali l'estremità dell'effettore espressa nelle coordinate del sistema solidale alla mano può essere trasformata ed espressa nel sistema delle coordinate di base (sistema inerziale di riferimento).



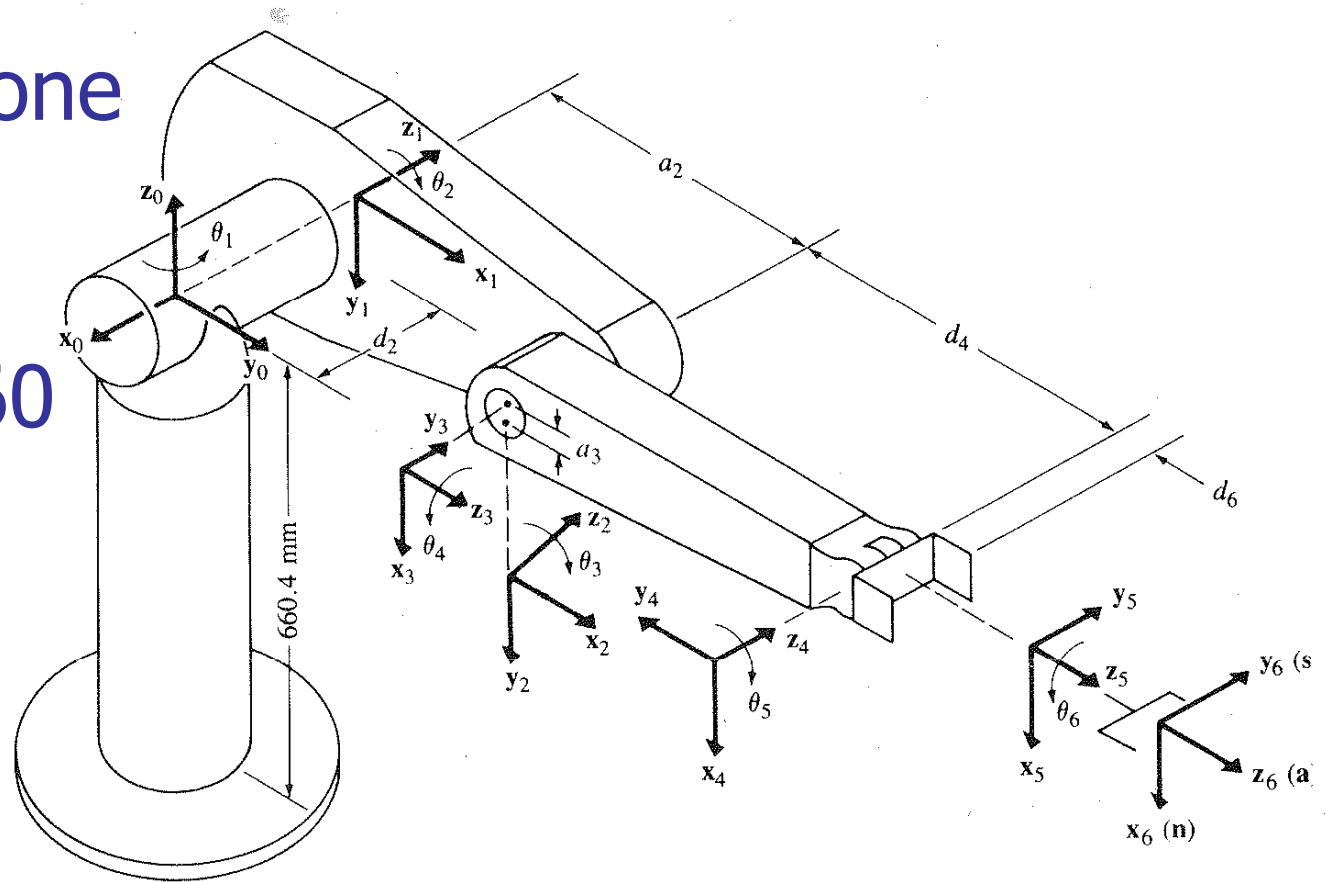
# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

Passi fondamentali dell'algoritmo:

1. Determinare il sistema di coordinate fondamentale
2. Per ogni giunto da 1 a 5, stabilire l'asse del giunto, l'origine del sistema di coordinate, l'asse x e l'asse y.
3. Stabilire il sistema di coordinate della mano, uscente dal robot.
4. Per ogni giunto e per ogni link, determinare quindi i parametri dei giunti e dei link.

# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg per il PUMA 560



Parametri delle coordinate dei link per il braccio PUMA

Giunto $i$	$\theta_i$	$\alpha_i$	$a_i$	$d_i$	Escursione del giunto
1	90	-90	0	0	-160 to +160
2	0	0	431.8 mm	149.09 mm	-225 to 45
3	90	90	-20.32 mm	0	-45 to 225
4	0	-90	0	433.07 mm	-110 to 170
5	0	90	0	0	-100 to 100
6	0	0	0	56.25 mm	-266 to 266



# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

- Stabilito il sistema di coordinate di D-H per ogni link, si può definire una matrice di trasformazione omogenea che mette in relazione i sistemi di coordinate adiacenti.
- Un punto  $r_i$  espresso nel sistema di coordinate  $i$ -esimo, può essere espresso nel sistema di coordinate  $(i-1)$ -esimo come  $r_{i-1}$  effettuando trasformazioni di rotazione e traslazione:
  - Ruotare intorno a  $z_{i-1}$  di un angolo  $\theta_i$  per allineare  $x_i$  con  $x_{i-1}$
  - Traslare di una quantità  $d_i$  lungo  $z_{i-1}$  per far coincidere  $x_i$  e  $x_{i-1}$
  - Traslare di  $a_i$  lungo  $x_i$  per portare le due origini a coincidere
  - Ruotare di  $\alpha_i$  per far coincidere i due sistemi di riferimento



# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

- Queste trasformazione può essere espressa con una matrice di trasformazione omogenea:

$${}^{i-1}A_i = T_{z,d} T_{z,\theta} T_{x,a} T_{x,\alpha}$$

$$r_{i-1} = {}^{i-1}A_i p_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\cos\alpha_i \sin\theta_i & \sin\alpha_i \sin\theta_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\alpha_i \cos\theta_i & -\sin\alpha_i \cos\theta_i & -a_i \sin\theta_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & -d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$



# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

La rappresentazione D-H dipende dai quattro parametri geometrici associati a ogni link, che descrivono completamente tutti i giunti rotazionali o prismatici.

Per un **giunto rotazionale**  $d_i$ ,  $a_i$ ,  $\alpha_i$  sono i parametri del giunto e restano costanti per un dato robot, **varia solo**  $\theta_i$

Per un **giunto prismatico**  $\theta_i$ ,  $a_i$ ,  $\alpha_i$  sono i parametri del giunto e restano costanti per un dato robot, **varia solo**  $d_i$





# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

La matrice omogenea  $T$  che specifica il sistema di coordinate  $n$ -esimo rispetto al sistema di coordinate fondamentale è il prodotto a catena delle successive matrici di trasformazione delle coordinate di  ${}^{i-1}A_i$ , ed è espressa come:

$${}^0T_n = {}^0A_1 {}^1A_2 \dots \dots \dots {}^{n-1}A_n$$
$${}^0T_n = \begin{bmatrix} X_i & Y_i & Z_i & p_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad {}^0T_n = \begin{bmatrix} {}^0R_n & {}^0p_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

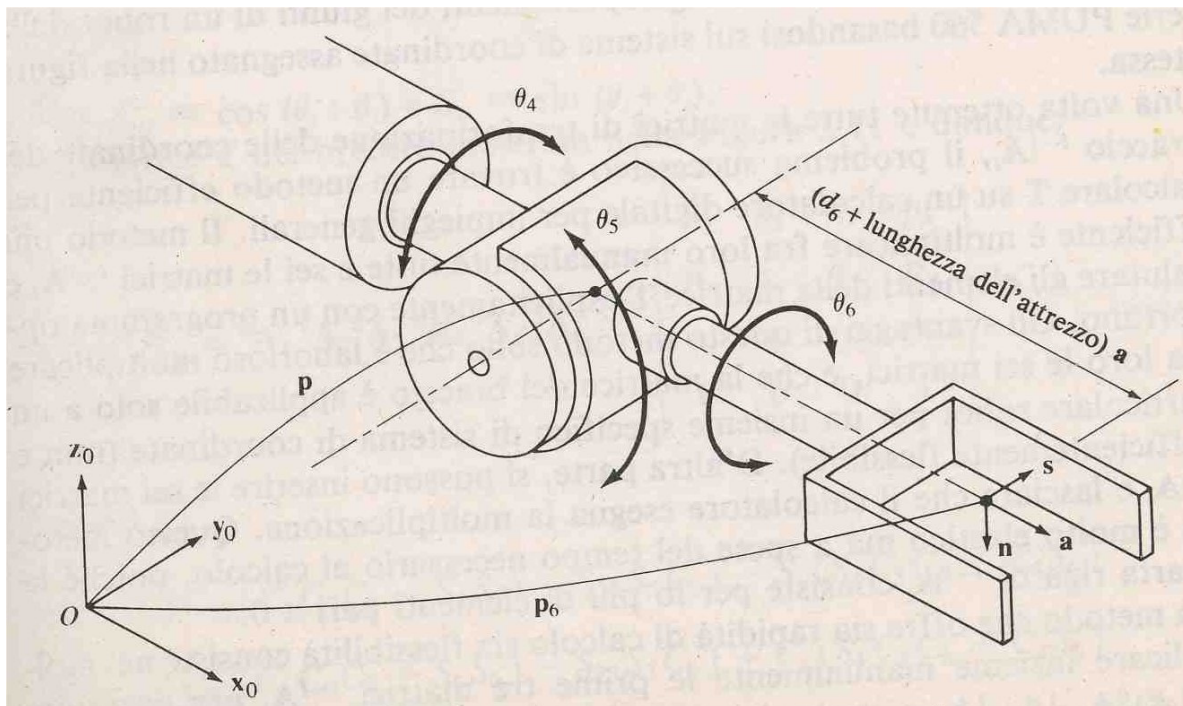
Dove  $[X_i \ Y_i \ Z_i]$  è la matrice di orientamento del sistema di coordinate  $n$ -esimo sul link  $n$  rispetto al sistema di coordinate fondamentale

$p_i$  è il vettore posizione che punta dall'origine del sistema di coordinate fondamentale all'origine del sistema di coordinate  $n$ -esimo

$R$  è la matrice che definisce gli angoli di roll, pitch e yaw

# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

$${}^0T_n = \begin{bmatrix} {}^0R_n & {}^0p_n \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n & s & a & p_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$





# Rappresentazione di Denavit-Hartenberg

---

La cinematica diretta di un manipolatore a 6 link è riducibile semplicemente al calcolo di  $T = {}^0A_6$  moltiplicando a catena le 6 matrici

Per manipolatori a giunti rotazionali, i parametri da definire per stabilire la posizione dell'effettore finale nello spazio operativo sono gli angoli dei giunti  $\theta_i = q_i$

Per un dato  $q = (q_0, q_1, q_2, q_3, q_4, q_5)$  è possibile determinare  $(X, Y, Z, r, p, y)$

$$\mathbf{x} = k(q) = T(q)$$



# Problema della Cinematica inversa

---

Il problema cinematico inverso riguarda la determinazione delle variabili di giunto una volta assegnati posizione e orientamento dell'organo terminale.

$$\mathbf{q} = \mathbf{k}^{-1}(\mathbf{x}) \quad \mathbf{q} \text{ incognita, } \mathbf{x} \text{ noto}$$

$$\text{Es. PUMA } (q_1, \dots, q_6) = \mathbf{k}^{-1}(x, y, z, \text{roll}, \text{pitch}, \text{yaw})$$



# Il problema cinematico inverso

---

- Le equazioni da risolvere sono in generale non lineari
- Non è sempre possibile trovare una soluzione analitica
- Si possono avere soluzioni multiple.
- Si possono avere infinite soluzioni (manipolatori ridondanti).
- In funzione della struttura cinematica del braccio, possono non esistere soluzioni ammissibili.
- L'esistenza di una soluzione è sempre garantita se la posizione e l'orientamento desiderati appartengono allo spazio di lavoro destro del manipolatore.



# Il problema cinematico inverso

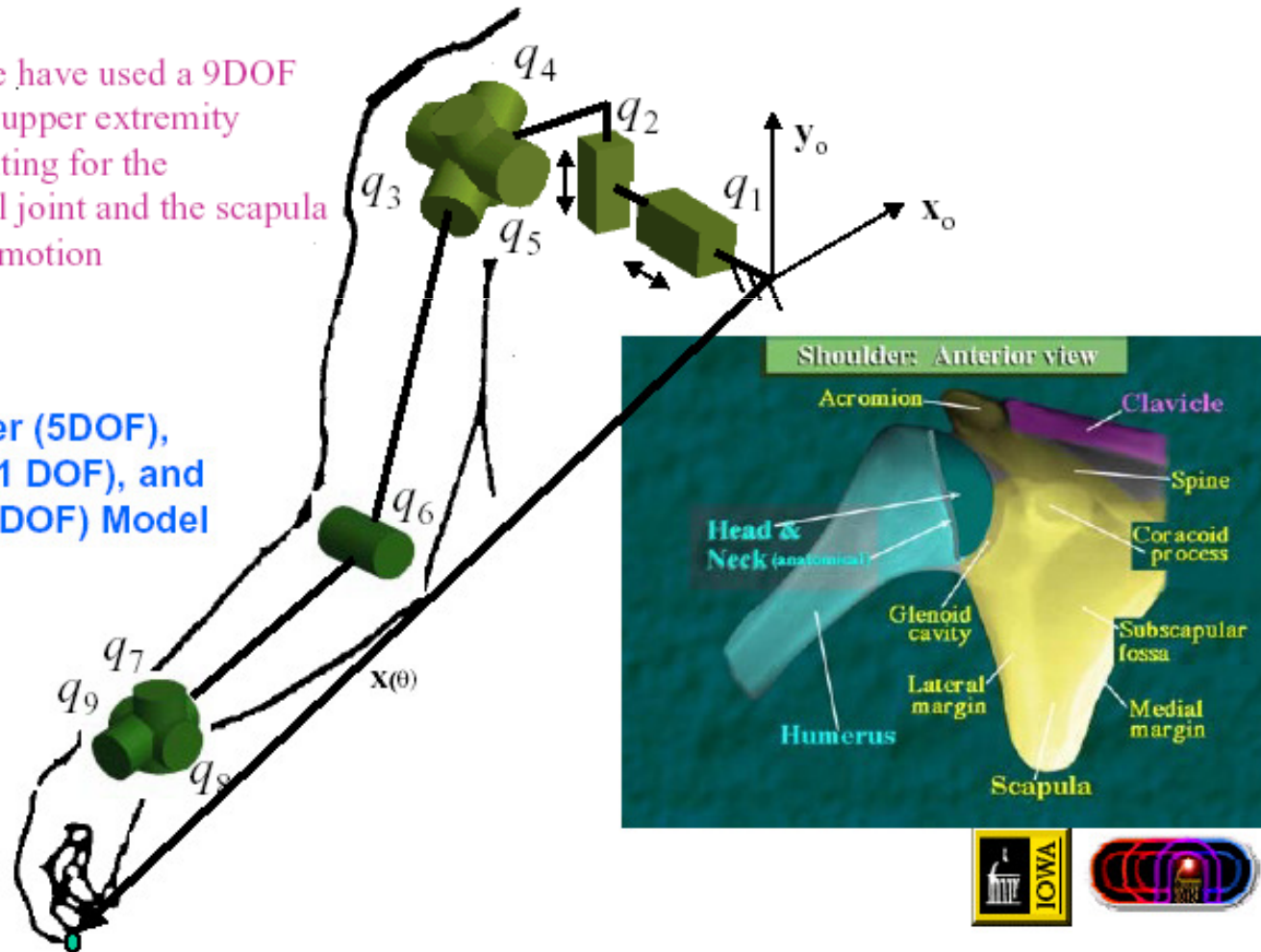
---

- Generalmente si scinde il problema in due sottoproblemi disaccoppiando la soluzione per la posizione da quella per l'orientamento
- Dati noti = posizione  $p$  ed orientamento  $R$  della pinza
- Calcolare la posizione del polso in funzione delle prime tre variabili di giunto  $q_1, q_2, q_3$
- Risolvere la cinematica inversa per le prime tre variabili di giunto  $q_1, q_2, q_3$
- Calcolare l'orientamento del polso in funzione di  $(q_1, q_2, q_3)$
- Risolvere la cinematica inversa per l'orientamento  $(\theta_4, \theta_5, \theta_6)$

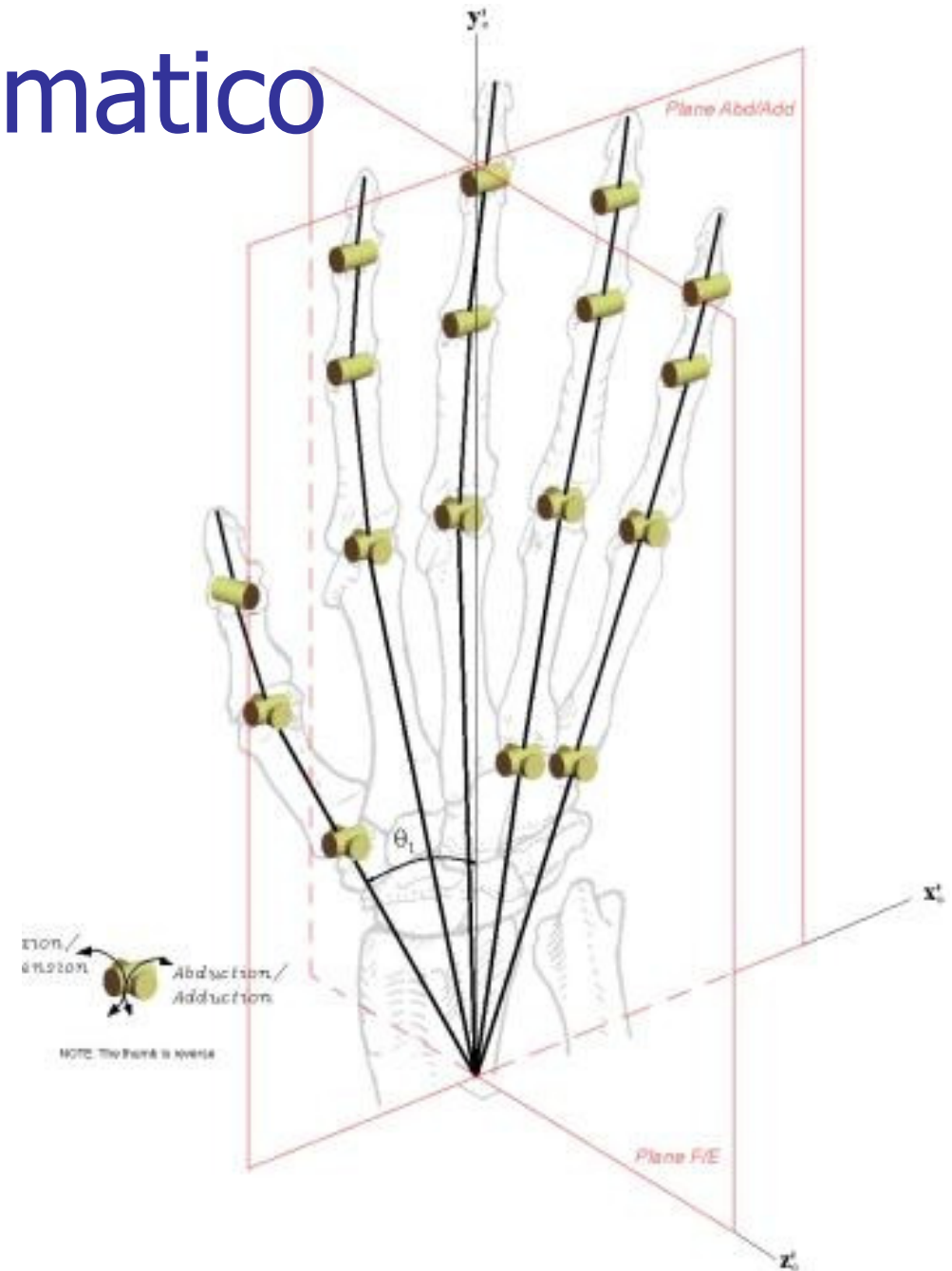
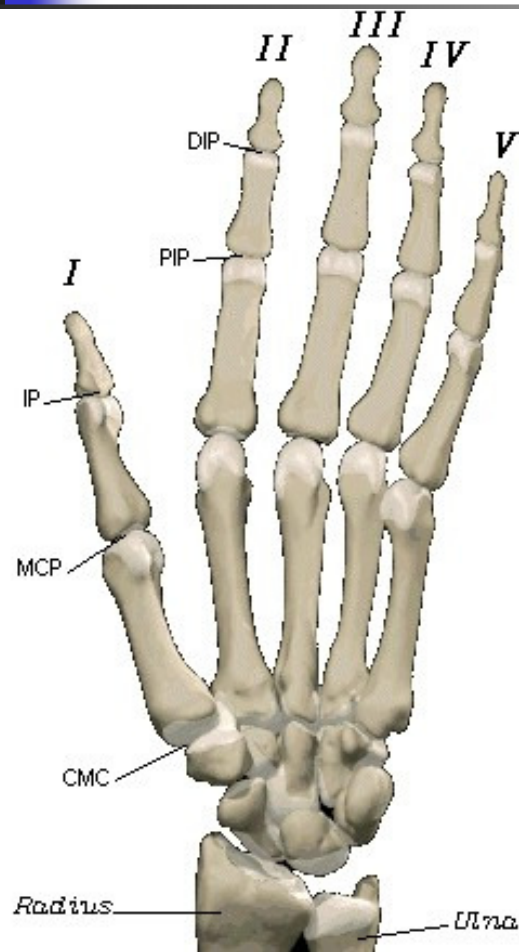
# Modello Cinematico del braccio umano

Typically, we have used a 9DOF model of the upper extremity while accounting for the glenohumeral joint and the scapula translational motion

Shoulder (5DOF),  
Elbow (1 DOF), and  
Wrist (3DOF) Model

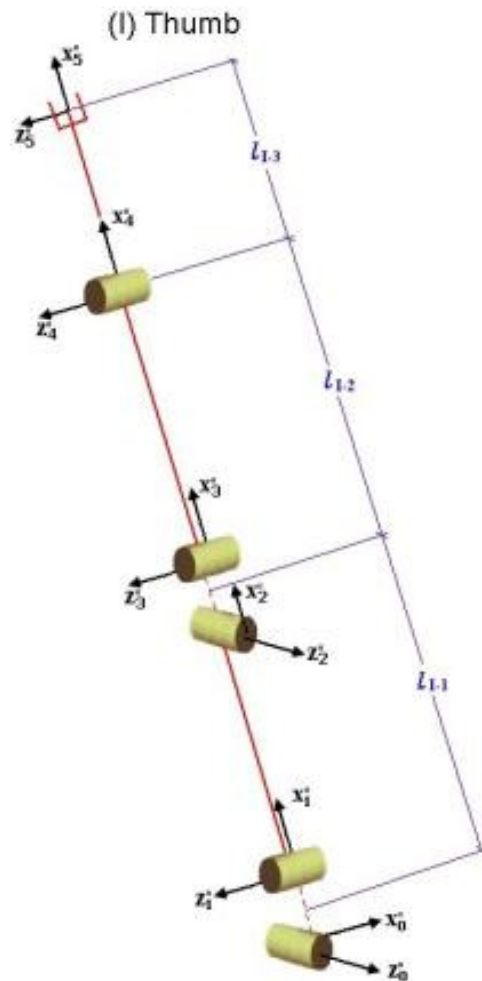


# Modello Cinematico della mano





# Modello Cinematico del pollice



	$\theta_i$	$d_i$	$a_i$	$\alpha_i$
1	$q_{50} + \frac{\pi}{2}$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
2	$q_{51}$	0	$l_{I-1}$	$\frac{\pi}{2}$
3	$q_{52}$	0	0	$-\frac{\pi}{2}$
4	$q_{53}$	0	$l_{I-2}$	0
5	$q_{54}$	0	$l_{I-3}$	0

	Min.	Max.
$q_{50}$	0	$\frac{\pi}{3}$
$q_{51}$	$-\frac{5}{36}\pi$	$\frac{7}{36}\pi$
$q_{52}$	0	$\frac{\pi}{3}$
$q_{53}$	$-\frac{\pi}{18}$	$\frac{11}{36}\pi$
$q_{54}$	$-\frac{\pi}{12}$	$\frac{4}{9}\pi$

# Modello Cinematico del corpo umano

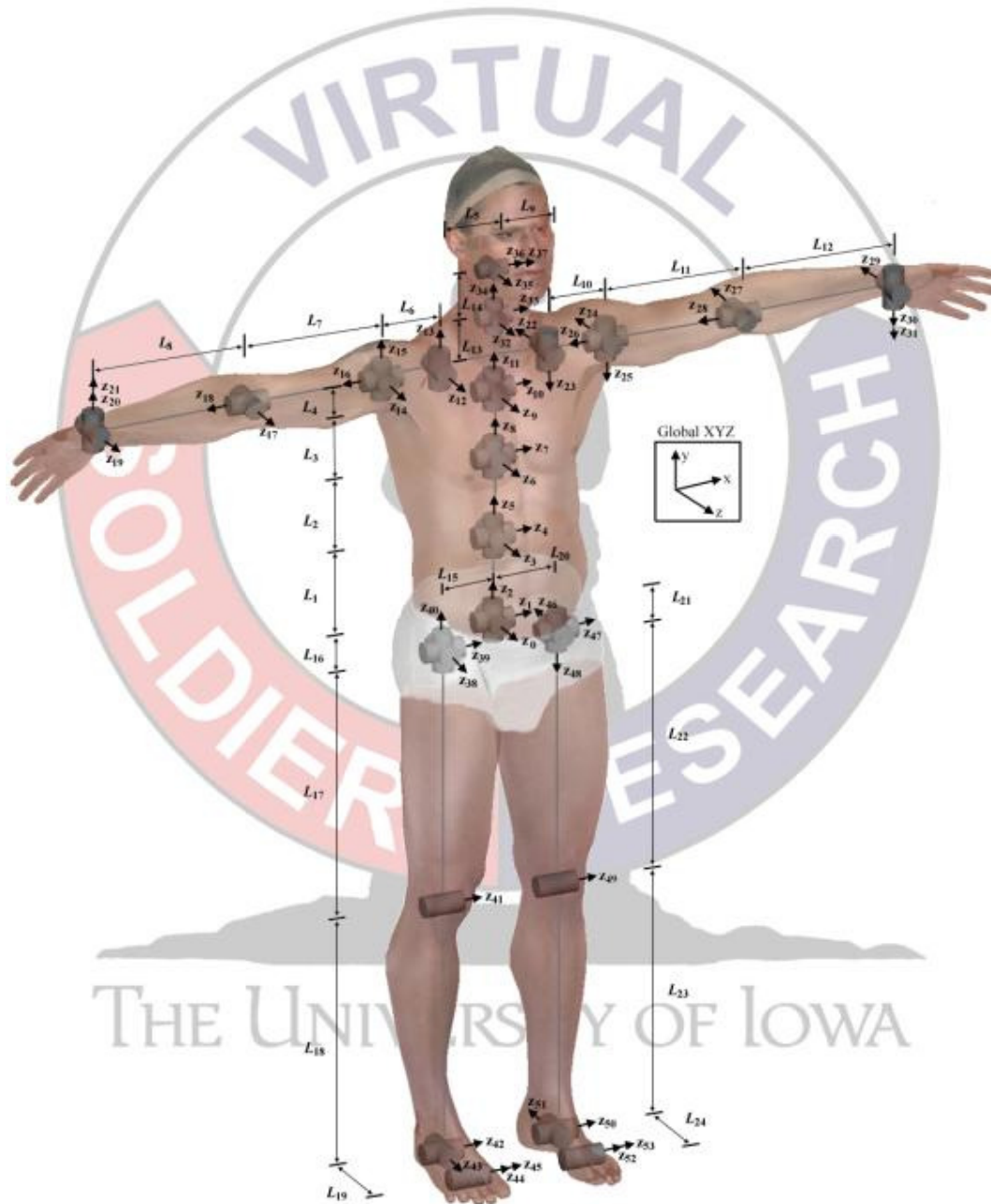


Table 1 DH table for arms, legs, and neck

#	DOF	$\theta_i$	$d_i$	$\alpha_i$	$a_i$
1	Q1	90	0	90	0
2	Q2	90	0	90	0
3	Q3	90	L1	90	0
4	Q4	90	0	90	0
5	Q5	90	0	90	0
6	Q6	90	L2	90	0
7	Q7	90	0	90	0
8	Q8	90	0	90	0
9	Q9	90	L3	90	0
10	Q10	90	0	90	0
11	Q11	90	0	90	0
12	Q12	-90	L4	-90	L5
13	Q13	0	0	90	0
14	Q14	0	0	-90	L6
15	Q15	0	0	90	0
16	Q16	90	0	90	0
17	Q17	90	L7	90	0
18	Q18	0	0	-90	0
19	Q19	0	L8	90	0
20	Q20	90	0	90	0
21	Q21	0	0	0	0